Lý thuyết Mạch 1

Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập | EE2021

Nguyễn Bảo Huy
huy.nguyenbao@hust.edu.vn

Khoa Tự động hoá
Trường Điện - Điện tử
Đại học Bách Khoa Hà Nội

Hà Nội, 2026

Thông tin về môn học

- Một bài kiểm tra giữa kỳ
- Một bài thi cuối kỳ
- Cấu trúc đề thi: 9 điểm làm bài và 1 điểm trình bày
- Được sử dụng tài liệu là 1 tờ giấy A4
- Cộng điểm quá trình (điểm quá trình tối đa: 10 điểm)
  - Giải bài tập trên lớp, thảo luận trên lớp: **cộng từ 0 đến 2 điểm** (làm bài sai, phát biểu sai không bị trừ điểm)
- Nội quy lớp học
  - Không điểm danh, không tính điểm chuyên cần
  - Ra vào tuỳ ý, yên lặng (không xin phép)
  - Không làm ồn, không gây mất tập trung
  - Mỗi lần nhắc trật tự: **trừ cả lớp 0.25 điểm** vào điểm quá trình
- **Khi có yêu cầu từ giảng viên hoặc nhóm chuyên môn, sinh viên có nghĩa vụ làm rõ lại các nội dung đã thực hiện và giải trình các vấn đề trong bài thi**

Để học tốt môn Lý thuyết Mạch

1. Làm bài tập
2. Làm bài tập
3. Nếu chưa làm bài tập xem lại hai điều trên

- Nguồn bài tập
  - Các ví dụ trên lớp
  - Các bài tập về nhà
  - Các đề thi cũ
  - Các tài liệu tham khảo

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Bình Thành, Nguyễn Trần Quân, Phạm Khắc Chương, *Cơ sở Kỹ thuật Điện – Tập II – Cơ sở Lý thuyết Mạch – Quyển I: Mô hình mạch. Chế độ xác lập ở mạch tuyến tính*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1971.
2. Lê Văn Bảng, *Giáo trình lý thuyết mạch điện*, NXB Giáo dục VN, 2015.
3. Phạm Văn Bình, Đào Lê Thu Thảo, Nguyễn Hữu Phát, *Lý thuyết Mạch*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, 2022.
4. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, McGraw-Hill, 2021.
5. James Nilsson, Susan Riedel, *Electric Circuits*, 11^{th}, Pearson, 2020.
6. William H. Hayt, Jack E. Kemmerly, Steven M. Durbin, *Engineering Circuit Analysis*, 8^{th}, McGraw-Hill, 2012.
7. Mahmood Nahvi, Joseph A. Edminister, *Schaum's Outline of Electric Circuits*, 7^{th}, McGraw-Hill, 2018.

Cấu trúc môn học Lý thuyết Mạch

Lý thuyết Mạch 1

1. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập

Lý thuyết Mạch 2

2. Mạch tuyến tính ở chế độ quá độ
3. Mạch phi tuyến (xác lập và quá độ)
4. Đường dây dài (xác lập và quá độ)

Lý thuyết Mạch 1: Mạch tuyến tính xác lập

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung môn học

1 Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8 Mạng hai cửa
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10 Mạch điện ba pha

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

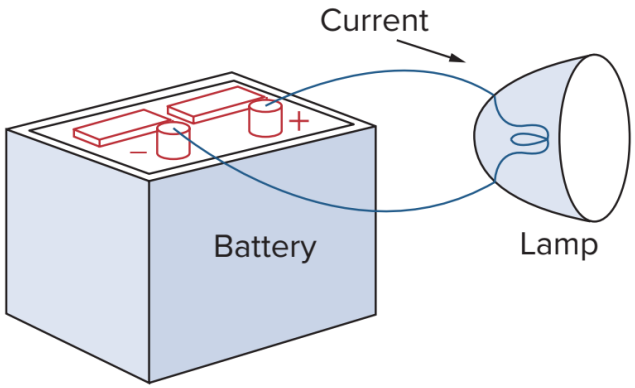
Vị trí của môn Lý thuyết Mạch

- Kiến thức đại cương
  - Đại số tuyến tính
  - Giải tích hàm một biến
  - Phương trình vi phân
  - Vật lý đại cương (điện học)
- **Lý thuyết Mạch** $\Leftrightarrow$ Tín hiệu và hệ thống; LT điều khiển tự động
- Kiến thức chuyên ngành
  - Điện tử tương tự
  - Máy điện
  - Điện tử công suất
  - Truyền động điện
  - Lưới điện
  - v.v.

Phương pháp mô hình

Bài toán

- Tìm dòng điện chạy qua bóng đèn



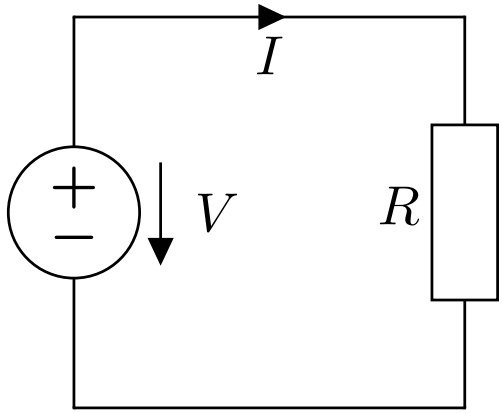
Cách làm $

- Mua pin, bóng đèn, dây dẫn, và ampere kế ⇒ lắp mạch, đo dòng điện

Cách làm

- Từ tính chất lý-hoá của pin ⇒ điện tích trên hai điện cực ⇒ điện trường trong không gian ⇒ điện tích chảy trong dây dẫn và bóng đèn ⇒ dòng điện chạy qua bóng đèn

Cách làm



$$I = \frac{V}{R}$$

Chú ý: Các *giả thiết* khi lập mô hình

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Một số khái niệm và đại lượng cơ bản: Dòng điện

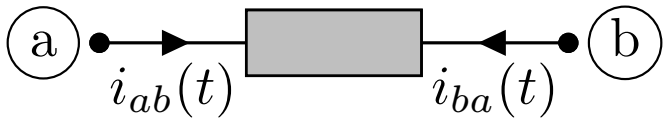
- Dòng điện là sự biến thiên của điện tích theo thời gian

  Điện tích đo bằng coulomb (C); Dòng điện đo bằng ampere (A)

$$i = \frac{dq}{dt}$$

- Chú ý quy ước chiều dòng điện

$$i_{ab}(t) = -i_{ba}(t)$$



Một số khái niệm và đại lượng cơ bản: Điện áp

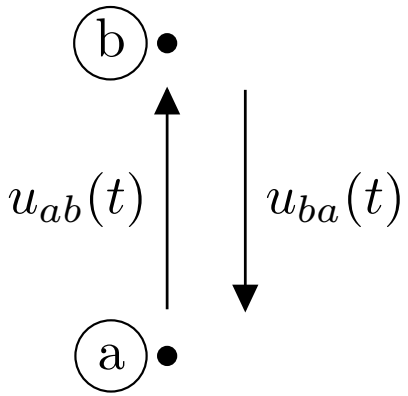
- Điện áp (hiệu điện thế) giữa hai điểm là năng lượng cần sinh ra để di chuyển một đơn vị điện tích từ điểm này đến điểm kia

  Năng lượng đo bằng joule (J); Điện áp đo bằng volt (V)

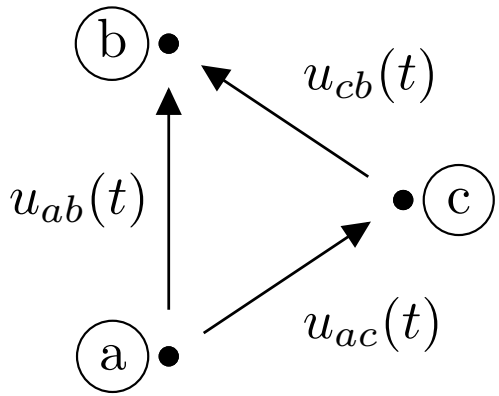
$$u_{ab} = \frac{dw_{ab}}{dq}$$

- Chú ý quy ước chiều mũi tên chỉ điện áp

$$u_{ab}(t) = -u_{ba}(t)$$



- Công thức "tam giác" điện áp



$$u_{ab}(t) = u_{ac}(t) + u_{cb}(t)$$

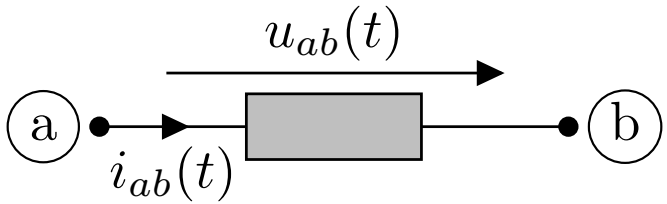
Một số khái niệm và đại lượng cơ bản: Công suất

- Công suất là sự biến thiên của năng lượng theo thời gian

  Công suất đo bằng watt (W)

$$p = \frac{dw}{dt} \Leftrightarrow p = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i$$

$\Rightarrow$ Công suất = điện áp $\times$ dòng điện



- Công suất tiêu thụ tức thời: $p(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ab}(t)$
- Công suất phát tức thời: $-p(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ba}(t)$

⚠ Chú ý quy ước chiều mũi tên dòng, áp và dấu của công suất

- Công suất trung bình trong khoảng thời gian T:

$$P_{tb} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt$$

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Một số phần tử cơ bản: Quan hệ đặc trưng

- Môn Lý thuyết Mạch quan tâm chủ yếu đến 2 đại lượng cơ bản: dòng điện và điện áp; gọi là *cặp biến trạng thái*

  (Công suất là dẫn xuất của dòng và áp)

- Mỗi phần tử được đặc trưng bởi quan hệ của cặp biến trạng thái dòng và áp trên nó

$\Rightarrow$ Gọi là *quan hệ đặc trưng* của phần tử

- Thường có 2 dạng biểu diễn quan hệ đặc trưng của phần tử
  1. $i(t) = f\left(u(t)\right)$ hoặc $u(t) = f\left(i(t)\right)$
  2. $i(t) = f_i(t)$
     $u(t) = f_u(t)$

Một số phần tử cơ bản: Phân loại các phần tử

Tích cực và thụ động

- *Phần tử tích cực* có khả năng phát ra năng lượng

  Ví dụ: các phần tử nguồn và khuếch đại thuật toán op-amp
- *Phần tử thụ động* chỉ có thể tiêu thụ và/hoặc lưu trữ năng lượng

  Ví dụ: điện trở, cuộn cảm, tụ điện

Tuyến tính và phi tuyến

- *Phần tử tuyến tính* có quan hệ đặc trưng là hàm (đại số hoặc vi phân hoặc tích phân) tuyến tính

  Mạch điện chỉ gồm các phần tử tuyến tính là mạch tuyến tính

  Nhắc lại: tuyến tính là thoả mãn *nguyên lý xếp chồng*
- *Phần tử phi tuyến* có quan hệ đặc trưng là phương trình phi tuyến

  Mạch điện có ít nhất 1 phần tử phi tuyến là mạch phi tuyến

Phần tử nguồn

Nguồn điện là phần tử cấp năng lượng điện từ cho mạch

Các loại nguồn điện

- Nguồn điện áp và nguồn dòng điện
- Nguồn độc lập và nguồn phụ thuộc

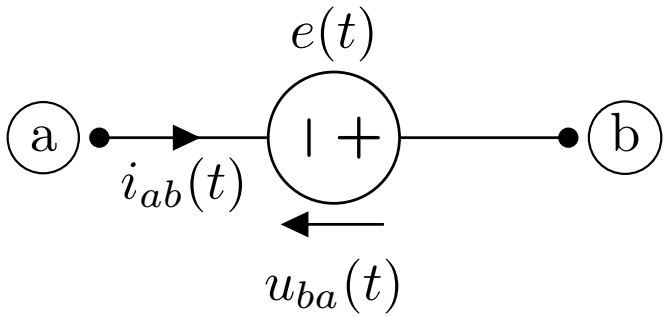
$\Rightarrow$ 4 tổ hợp chính:

  - nguồn áp độc lập
  - nguồn dòng độc lập
  - nguồn áp phụ thuộc
  - nguồn dòng phụ thuộc

- Nguồn phụ thuộc còn gọi là nguồn điều khiển được
- Theo tín hiệu điều khiển, nguồn phụ thuộc chia thành các loại:
  - nguồn áp phụ thuộc áp
  - nguồn áp phụ thuộc dòng
  - nguồn dòng phụ thuộc áp
  - nguồn dòng phụ thuộc dòng

Nguồn áp độc lập

- Nguồn áp độc lập là nguồn phát ra điện áp không phụ thuộc vào dòng điện chạy qua nó
- Ký hiệu:



- Quan hệ đặc tính: $u_{ba}(t) = e(t), \forall i_{ab}(t), \forall t$

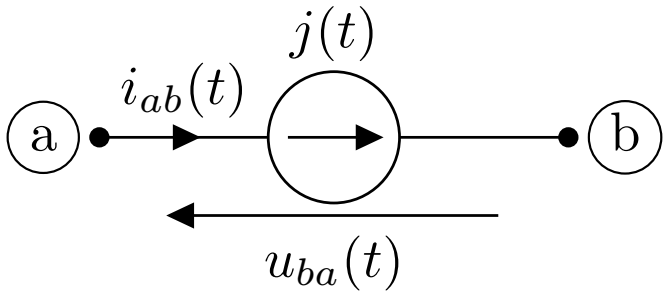
  Diễn giải: điện áp của nguồn áp độc lập bằng sức điện động của nguồn với mọi dòng điện chạy qua nó tại mọi thời điểm

⚠ Chú ý:

  - Các tài liệu khác có thể có ký hiệu khác
  - Đây là mô hình nguồn áp lý tưởng, nguồn áp thực tế có thể được mô hình hoá bằng nguồn áp lý tưởng và các phần tử khác
  - Trong mạch điện thực tế không bao giờ được ngắn mạch nguồn áp

Nguồn dòng độc lập

- Nguồn dòng độc lập là nguồn phát ra dòng điện không phụ thuộc vào điện áp trên nó
- Ký hiệu:



- Quan hệ đặc tính: $i_{ab}(t) = j(t)$, $\forall u_{ba}(t)$, $\forall t$

  Diễn giải: dòng điện của nguồn dòng độc lập bằng bằng dòng do nguồn phát ra với mọi điện áp đặt trên nó tại mọi thời điểm

⚠ Chú ý:

  - Các tài liệu khác có thể có ký hiệu khác
  - Đây là mô hình nguồn dòng lý tưởng, nguồn dòng thực tế có thể được mô hình hoá bằng nguồn dòng lý tưởng và các phần tử khác
  - Trong mạch điện thực tế không bao giờ được hở mạch nguồn dòng

Phần tử thụ động

Có 3 loại phần tử thụ động

1. Phần tử tiêu tán năng lượng
   - Tiêu tán hoàn toàn năng lượng tại mọi thời điểm
   - Không phát ra, không lưu trữ năng lượng
2. Phần tử tích luỹ năng lượng điện (kho điện)
   - Không tiêu tán năng lượng
   - Lưu trữ năng lượng dưới dạng điện tích
3. Phần tử tích luỹ năng lượng từ (kho từ)
   - Không tiêu tán năng lượng
   - Lưu trữ năng lượng dưới dạng từ thông

Điện trở

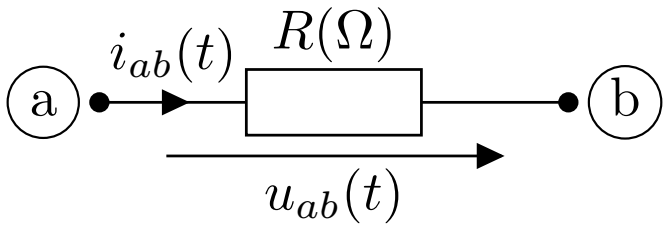
- Điện trở là phần tử tiêu tán năng lượng; đơn vị là ohm (Ω)

$\Rightarrow$ Công suất tiêu thụ luôn không âm $p(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ab}(t) \geq 0$

$\Rightarrow$ Tồn tại một tỷ số dương giữa áp và dòng trên điện trở:

$$R = \frac{u_{ab}(t)}{i_{ab}(t)} \Leftrightarrow u_{ab}(t) = R \cdot i_{ab}(t),\ \forall i_{ab}(t),\ \forall t$$

- R là hằng số $\Rightarrow$ điện trở tuyến tính
- $R = R(i)$ hoặc $R = R(u)$ là biến số $\Rightarrow$ điện trở phi tuyến



⚠ Chú ý:

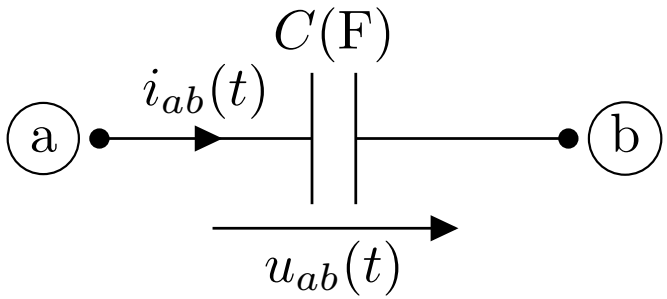
- Quy ước chiều các mũi tên dòng, áp, và dấu của công suất tiêu thụ
- Khái niệm điện dẫn là nghịch đảo của điện trở; đơn vị là siemens (S)

$$G = \frac{1}{R} \Leftrightarrow i_{ab}(t) = G \cdot u_{ab}(t)$$

Điện dung (tụ điện)

- Tụ điện chứa năng lượng dưới dạng điện tích $q_{ab}(t)$ tỷ lệ với điện áp $u_{ab}(t)$ qua hệ số C gọi là *điện dung* của tụ; đơn vị farad (F)

$$q_{ab}(t) = C(t) \cdot u_{ab}(t)$$



- Từ quan hệ giữa dòng điện và điện tích dẫn ra quan hệ đặc trưng của tụ điện:

$$i_{ab}(t) = \frac{dq_{ab}(t)}{dt} \Leftrightarrow i_{ab}(t) = \frac{d\left(C(t) \cdot u_{ab}(t)\right)}{dt}$$

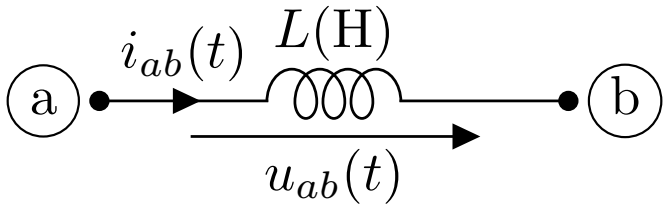
- Nếu $C(t) = C$ là hằng số $\Rightarrow$ tụ điện tuyến tính

$$i_{ab}(t) = C \cdot \frac{du_{ab}(t)}{dt}$$

Điện cảm (cuộn dây)

- Cuộn dây chứa năng lượng dưới dạng từ thông $\Psi_{ab}(t)$ tỷ lệ với dòng điện $i_{ab}(t)$ *điện cảm* L của cuộn dây; đơn vị henry (H)

$$\Psi_{ab}(t) = L(t) \cdot i_{ab}(t)$$



- Biến thiên từ thông sinh ra sức điện động cảm ứng trong cuộn dây $\Rightarrow$ quan hệ đặc trưng của cuộn dây:

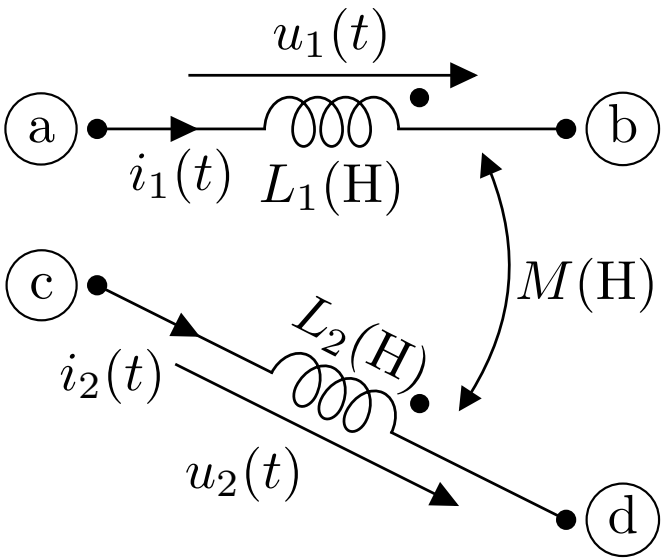
$$u_{ab}(t) = \frac{d\Psi_{ab}(t)}{dt} \Leftrightarrow u_{ab}(t) = \frac{d\left(L(t) \cdot i_{ab}(t)\right)}{dt}$$

- Nếu $L(t) = L$ là hằng số $\Rightarrow$ điện cảm tuyến tính

$$u_{ab}(t) = L \cdot \frac{di_{ab}(t)}{dt}$$

Hỗ cảm giữa các cuộn dây

- Nếu chỉ có từ thông trong 1 cuộn dây, hệ số L là điện cảm *tự cảm* của cuộn dây đó
- Nếu có từ 2 cuộn dây trở lên có từ thông móc vòng qua nhau, sẽ có điện cảm *hỗ cảm* M giữa các cuộn dây



- Từ thông móc vòng:

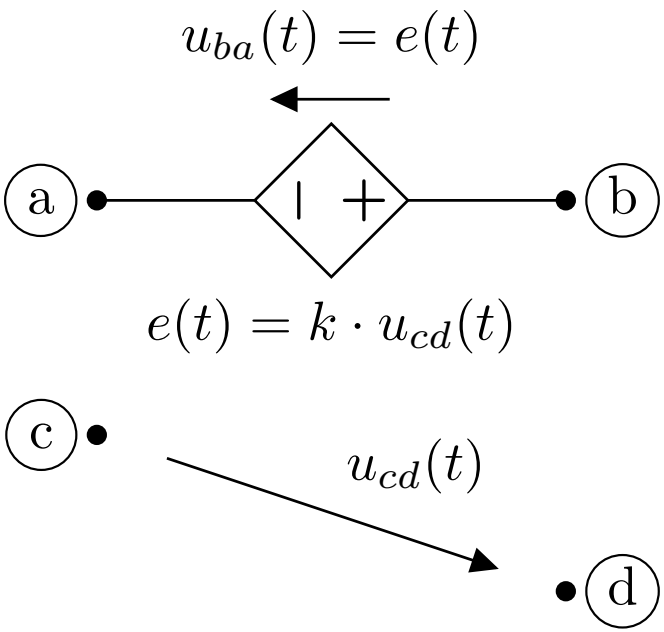
$$\begin{cases} \Psi_1(t) = L_1 \cdot i_1(t) \pm M \cdot i_2(t) \\ \Psi_2(t) = L_2 \cdot i_2(t) \pm M \cdot i_1(t) \end{cases}$$

- Tự cảm và hỗ cảm tuyến tính:

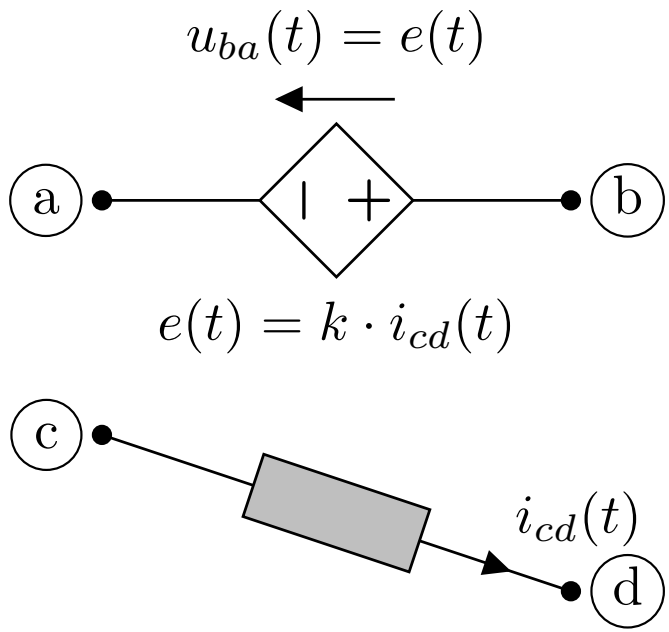
$$\begin{cases} u_1(t) = \dfrac{d\Psi_1(t)}{dt} = L_1 \cdot \dfrac{di_1(t)}{dt} \pm M \cdot \dfrac{di_2(t)}{dt} \\ u_2(t) = \dfrac{d\Psi_2(t)}{dt} = L_2 \cdot \dfrac{di_2(t)}{dt} \pm M \cdot \dfrac{di_1(t)}{dt} \end{cases}$$

Các nguồn phụ thuộc

Nguồn áp phụ thuộc áp

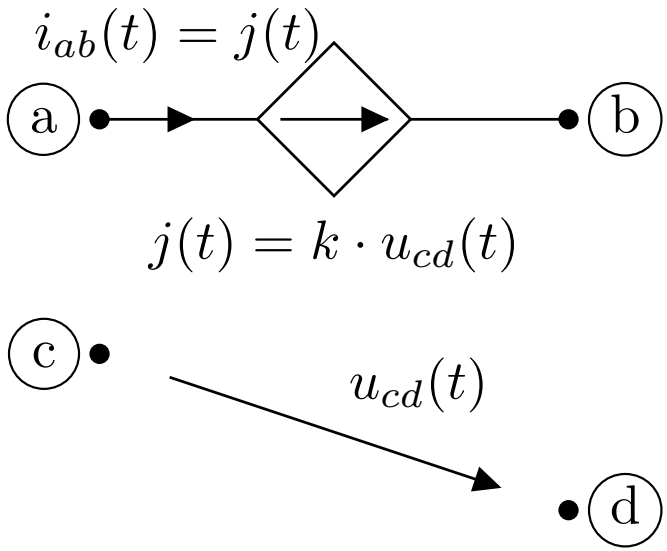


Nguồn áp phụ thuộc dòng

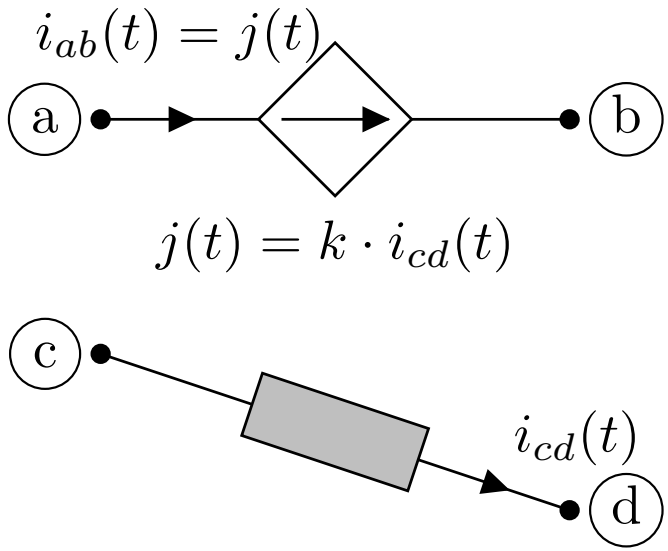


Các nguồn phụ thuộc

Nguồn dòng phụ thuộc áp



Nguồn dòng phụ thuộc dòng

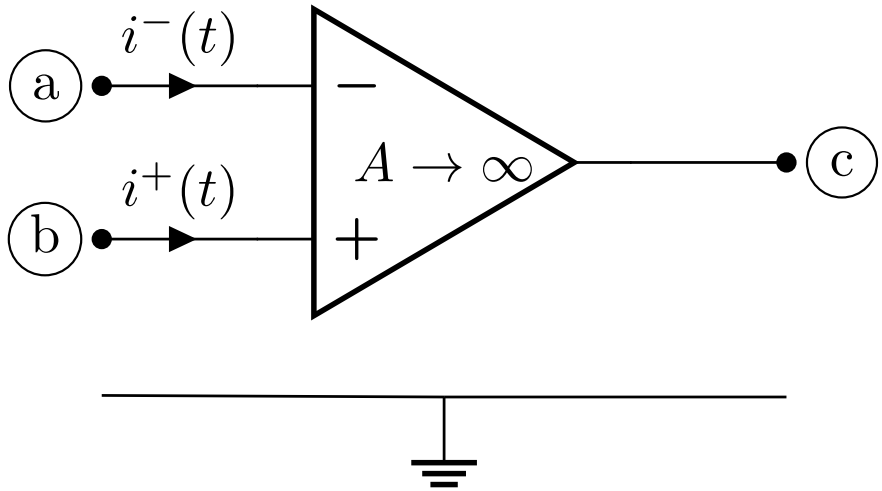


Khuếch đại thuật toán (op-amp)

Operational amplifier

- Là một bộ khuếch đại tín hiệu có hệ số khuếch đại rất lớn $A \sim 10^5 \to 10^7$
- Thường dùng để triển khai các phép toán như
  $+ \quad - \quad \times \quad \div \quad d/dt \quad \int$
- Quan hệ đặc trưng

$$\begin{cases} i^+ \approx 0;\ i^- \approx 0 \\ v_c(t) = A\left(v_b(t) - v_a(t)\right) \end{cases}$$



Op-amp lý tưởng

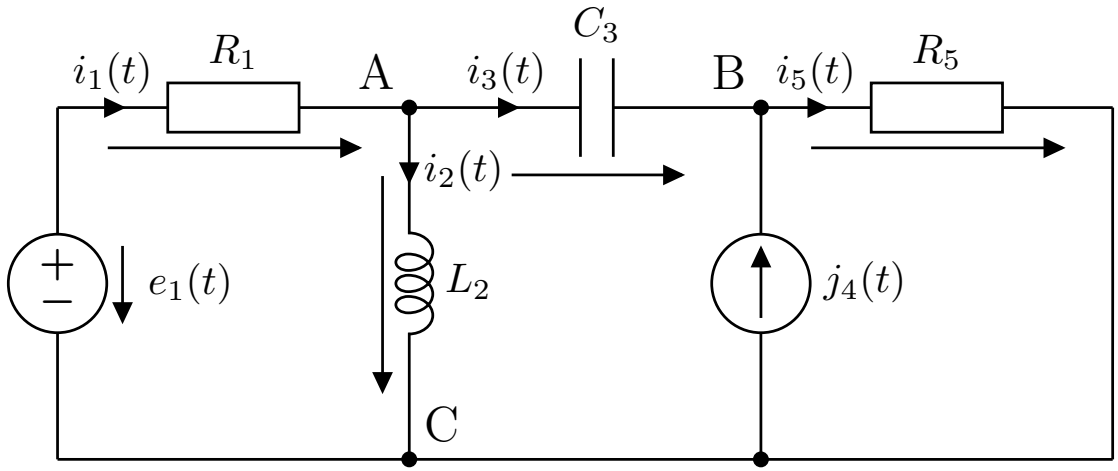
- Hệ số khuếch đại $A = \infty$

$$\begin{cases} i^+ = 0;\ i^- = 0 \\ v_a(t) = v_b(t) \end{cases}$$

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

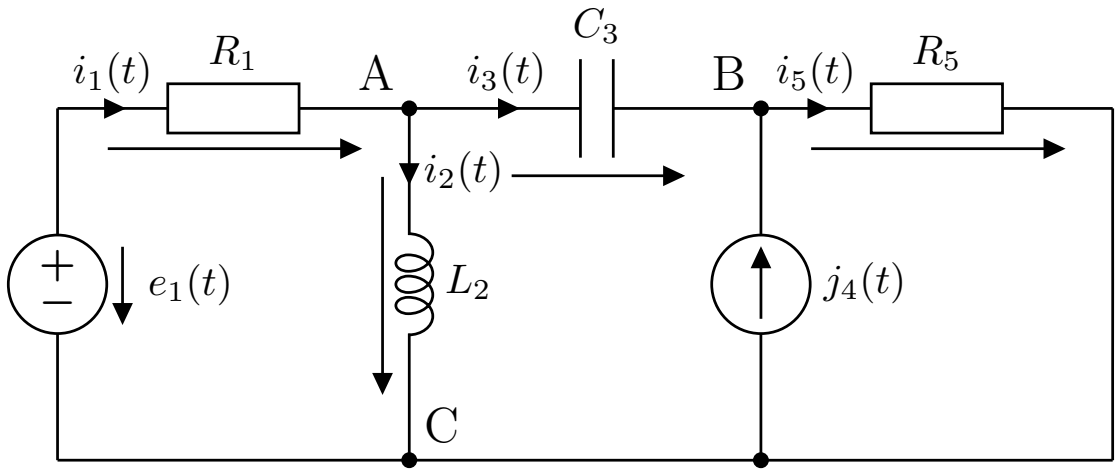
Mô hình mạch điện



Cấu trúc hình học của mạch

- **Nút** là điểm đấu nối của từ 2 phần tử trở lên. *Bậc* của nút là số phần tử nối vào nút ấy. (Trường hợp là đầu của một phần tử không nối với phần tử nào khác thì đó là nút bậc 1.) Trong Lý thuyết Mạch thường chỉ quan tâm đến nút bậc 3 trở lên (tạm gọi là *nút bậc cao*).
- **Nhánh** là đường nối 2 nút bậc cao với nhau
- **Vòng** là một đường đi qua các nhánh khép kín mạch điện

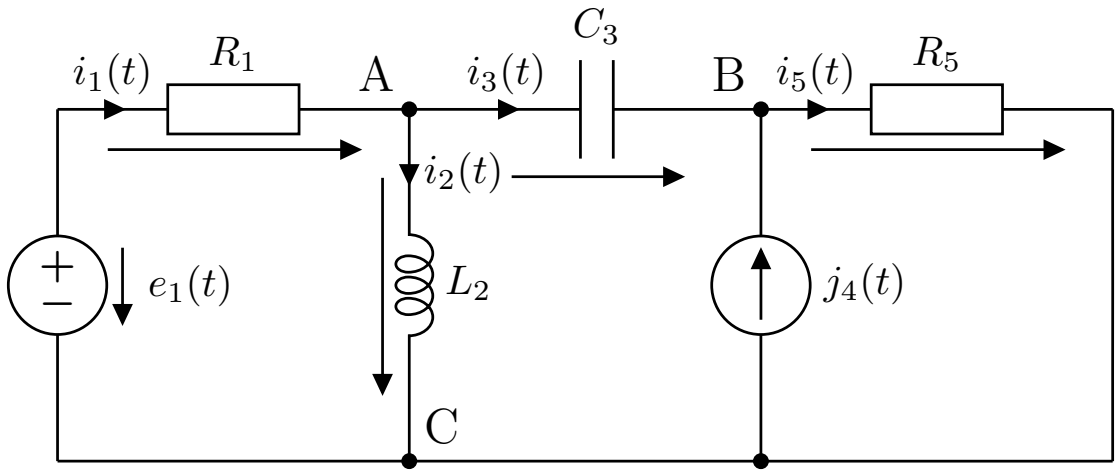
Mô hình mạch điện



Cấu trúc hình học của mạch

- **Cây** là tập các nhánh nối tất cả các nút của mạch với nhau mà không tạo thành vòng kín nào
- **Bù cây** là các nhánh còn lại của mạch không thuộc cây đang xét
- **Vòng cơ bản** là vòng tạo bởi một bù cây và các nhánh của cây đang xét

Mô hình mạch điện



Một số khái niệm cơ bản

- **Dòng điện nhánh** là dòng chảy qua các phần tử của nhánh
- **Điện thế nút** là điện áp của nút đó so với một điểm nút trên mạch điện được lấy quy ước làm mốc (điểm "đất"); điện thế của điểm đất $v_{\text{đất}} = 0$

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Các bài toán cơ bản trong mạch điện

Bài toán phân tích (giải) mạch

- Cho cấu trúc mạch điện
- Cho giá trị các phần tử mạch
- Tìm cặp biến trạng thái dòng $i(t)$ và áp $u(t)$ trên các phần tử, từ đó tính ra công suất $p(t)$

Bài toán tổng hợp (thiết kế) mạch

- Cho yêu cầu về dòng $i(t)$, áp $u(t)$, và công suất $p(t)$
- Đề xuất cấu trúc mạch điện
- Tìm giá trị các phần tử mạch

Môn Lý thuyết Mạch chủ yếu xét bài toán phân tích mạch.

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

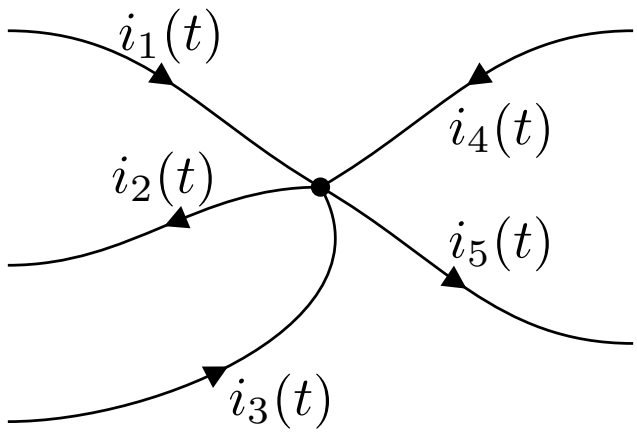
Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Định luật Kirchhoff 1

- Với một nút bất kỳ: tổng đại số các dòng điện tại một nút bằng 0

  Quy ước: dòng chảy vào mang dấu +, dòng chảy ra mang dấu −

  $\sum a_k \cdot i_k(t) = 0$; dòng chảy vào: $a_k = 1$; dòng chảy ra: $a_k = -1$
- Hoặc: tổng các dòng điện chảy vào một nút bằng tổng các dòng điện chảy ra khỏi nút đó: $\sum i_{\text{vào}}(t) = \sum i_{\text{ra}}(t)$

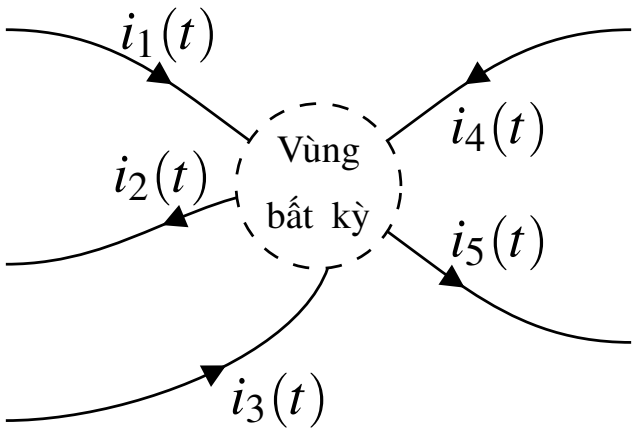


Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Định luật Kirchhoff 1 mở rộng

- Với một vùng mạch khép kín bất kỳ: tổng các dòng điện chảy vào bằng tổng các dòng điện chảy ra khỏi vùng khép kín đó

$$\sum i_{\text{vào}}(t) = \sum i_{\text{ra}}(t)$$



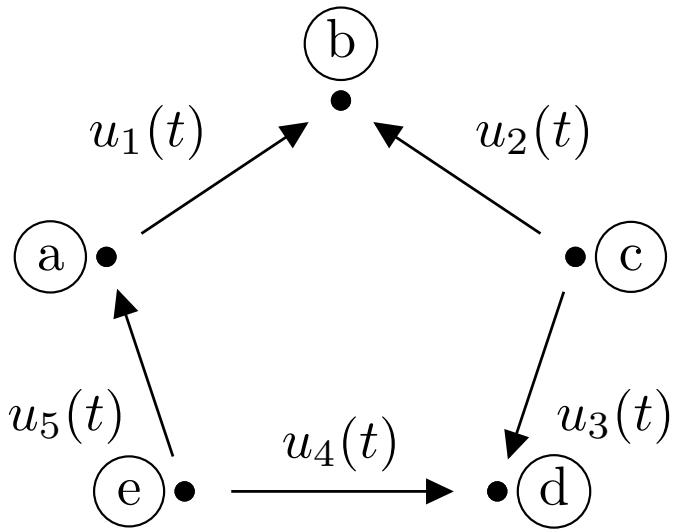
Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Định luật Kirchhoff 2

- Với một vòng bất kỳ trong mạch: tổng đại số các điện áp trên vòng bằng 0

  Điện áp thuận chiều quy ước của vòng mang dấu +, điện áp ngược chiều quy ước mang dấu −

  $\sum a_k \cdot u_k(t) = 0$; cùng chiều: $a_k = 1$; ngược chiều: $a_k = -1$



Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Một số hệ quả của hai định luật Kirchhoff

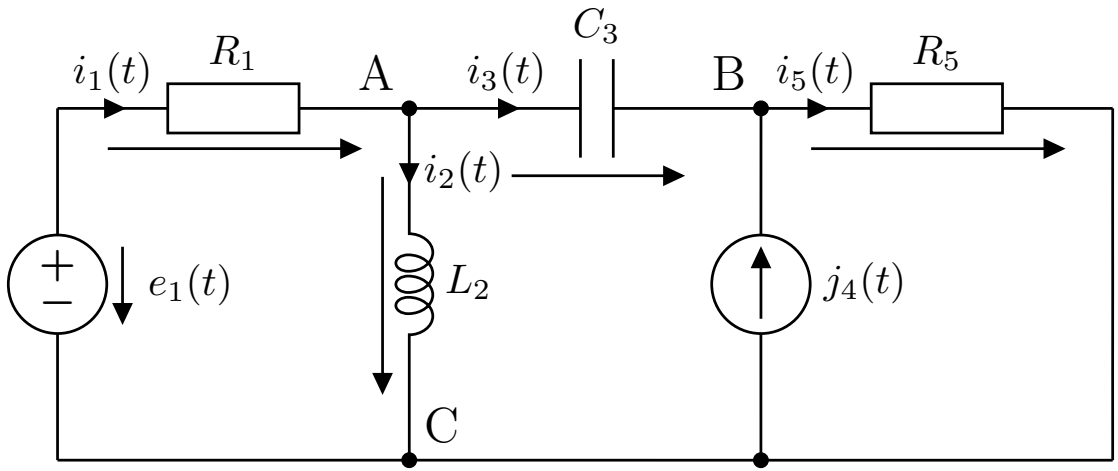
- Các phần tử mắc nối tiếp trên cùng một nhánh có cùng dòng điện
- Các phần tử mắc song song có cùng điện áp
- Không được mắc hai nguồn áp khác nhau song song nhau
- Không được mắc hai nguồn dòng khác nhau nối tiếp nhau

Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Định luật bảo toàn công suất

- Tại mọi thời điểm, tổng công suất phát ra bằng tổng công suất tiêu thụ
- Trong mạch dưới đây

$$e_1(t)\cdot i_1(t)+j_4(t)\cdot u_5(t) = u_1(t)\cdot i_1(t)+u_2(t)\cdot i_2(t)+u_3(t)\cdot i_3(t)+u_5(t)\cdot i_5(t)$$



Một số định luật cơ bản trong mạch điện

Một số định luật và tính chất khác

- Định luật bảo toàn từ thông trong cuộn dây
- Định luật bảo toàn điện tích trong tụ điện
- Tính chất xếp chồng của mạch tuyến tính

Nội dung chương

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
   - Môn Lý thuyết Mạch và phương pháp mô hình
   - Một số khái niệm và đại lượng cơ bản
   - Một số phần tử cơ bản của mạch điện
   - Mô hình mạch điện
   - Các bài toán cơ bản trong mạch điện
   - Một số định luật cơ bản trong mạch điện
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện

Biến và phương trình trong bài toán phân tích mạch

- Biến cần tìm là dòng và áp trên các phần tử của mạch
- Trên mỗi phần tử, biết dòng thì tính được áp và ngược lại (ngoại trừ phần tử nguồn)
- Trên mỗi nhánh, dòng điện các phần tử mắc nối tiếp bằng nhau

$\Rightarrow$ Có b nhánh chưa biết thì lập b phương trình để tìm b biến

Phương trình loại gì?

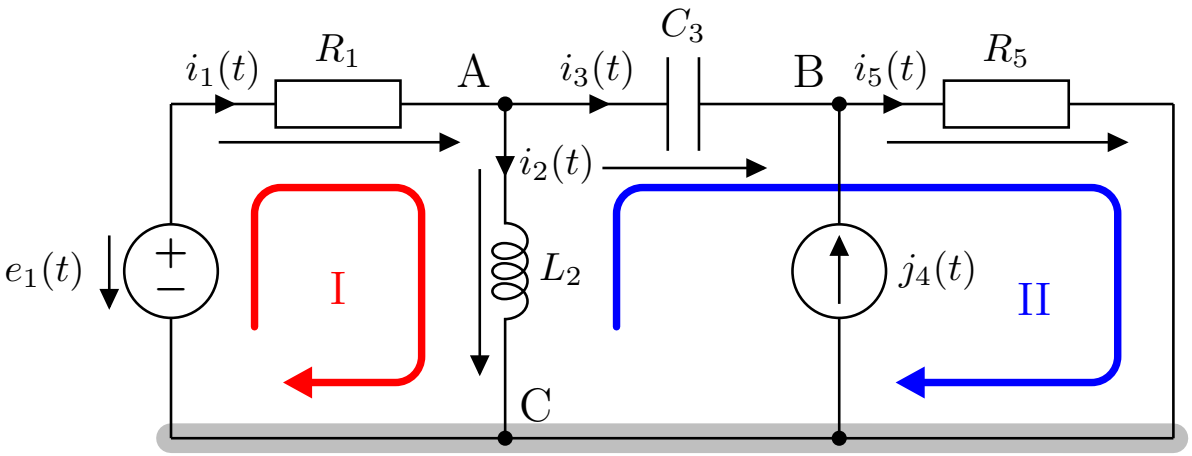
- Mạch có n nút bậc cao và l vòng cơ bản *không chứa nguồn dòng*

$\Rightarrow$ $n-1$ phương trình từ định luật K1

$\Rightarrow$ l phương trình từ định luật K2

- Dễ thấy $l = b - (n-1) = b - n + 1$

Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện



- Số pt cần lập: $n = 4$
- Số pt K1: $3 - 1 = 2$
- Số pt K2: $4 - 2 = 2$

- Chọn C làm đất, viết các phương trình K1 cho nút A và nút B

$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0$$
$$i_3(t) + j_4(t) - i_5(t) = 0$$

- Chọn vòng I và vòng II như hình, viết các phương trình K2

$$u_1(t) + u_2(t) - e_1(t) = 0$$
$$u_3(t) + u_5(t) - u_2(t) = 0$$

Nội dung môn học

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung chương

2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
   - Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện một chiều
   - Phương pháp dòng điện nhánh
   - Công suất trong mạch điện một chiều

Nội dung chương

2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
- Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện một chiều
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Công suất trong mạch điện một chiều

Các đại lượng trong mạch một chiều

- Mạch điện một chiều là mạch có các nguồn là *nguồn một chiều*
- Nguồn một chiều cấp ra điện áp hoặc dòng điện là *hằng số*

  (Khái niệm tổng quát về nguồn một chiều là nguồn phát ra dòng hoặc áp *không đổi dấu*. Trong phần này chỉ xét trường hợp riêng là hằng số.)

$\Rightarrow$ Ở *chế độ xác lập* trong mạch điện một chiều, tất cả các đại lượng dòng và áp đều là hằng số

$$u(t) = U = \text{const}$$
$$i(t) = I = \text{const}$$

$\Rightarrow$ Công suất trong mạch một chiều cũng là hằng số

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U \cdot I = P = \text{const}$$

Các phần tử trong mạch một chiều

- Trong mạch điện một chiều các phần tử L và C suy biến

- Xét quan hệ đặc trưng (phương trình đặc tính) của cuộn dây:

  $u_L(t) = L \cdot \dfrac{di_L(t)}{dt}$; mạch một chiều $i_L(t) = I_L = \text{const}$

$\Rightarrow$ $u_L(t) = 0 \Leftrightarrow$ *ngắn mạch cuộn dây*

- Xét quan hệ đặc trưng của tụ điện:

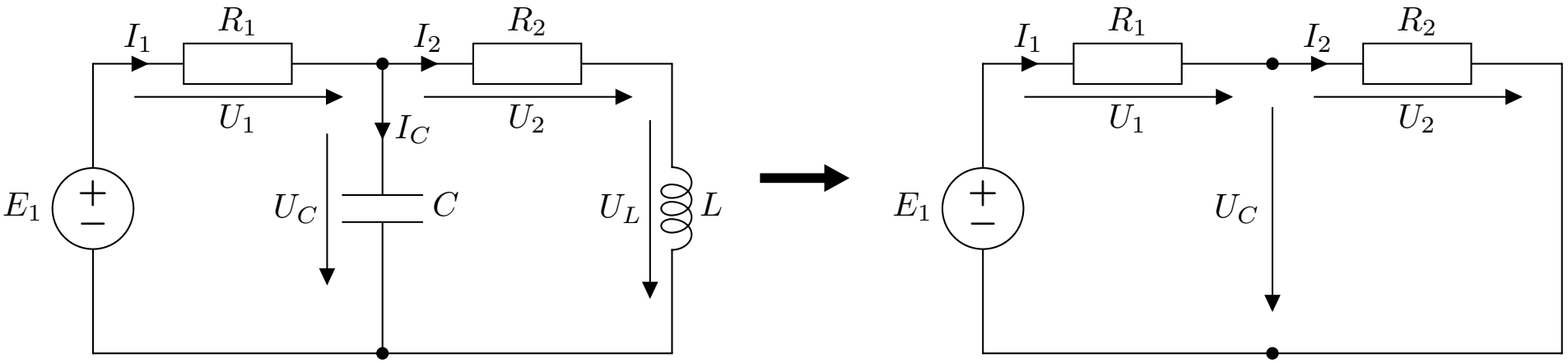
  $i_C(t) = C \cdot \dfrac{du_C(t)}{dt}$; mạch một chiều $u_C(t) = U_C = \text{const}$

$\Rightarrow$ $i_C(t) = 0 \Leftrightarrow$ *hở mạch tụ điện*

$\Rightarrow$ Mạch điện một chiều tương đương mạch **thuần trở**

Hệ phương trình Kirchhoff của mạch một chiều

Ví dụ 2.1



$$i_L(t) = I_L = I_2 = I_1$$

$$u_C(t) = U_C = E_1 - U_1$$

Nội dung chương

2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
- Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện một chiều
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Công suất trong mạch điện một chiều

Phương pháp dòng điện nhánh

- Các hệ phương trình K1 và K2 chứa các ẩn số gồm cả hai loại biến trạng thái dòng và áp
- Mạch gồm b nhánh có $2b$ ẩn (b dòng và b áp) $\Rightarrow$ không thuận tiện để giải trực tiếp

$\Rightarrow$ Nhu cầu giảm số ẩn và số phương trình

Phương pháp dòng điện nhánh

- Biến cần tìm là dòng điện chảy trong các nhánh của mạch

$\Rightarrow$ Mạch có n nhánh chưa biết thì cần lập b phương trình để tìm b dòng điện nhánh

- Sau đó dùng định luật Ohm tính ra điện áp trên các nhánh và phần tử

Phương pháp dòng điện nhánh

Cách làm: Xuất phát từ hệ phương trình Kirchhoff

- Các phương trình K1 đã có biến là dòng điện nhánh $\Rightarrow$ giữ nguyên
- Chuyển các điện áp trong các phương trình K2 thành mối quan hệ của các dòng điện nhánh bằng định luật Ohm

⚠ Nếu có các nguồn phụ thuộc thì cần tiếp tục biến đổi để đưa về các ẩn dòng điện nhánh

$\Rightarrow$ Giải b phương trình b ẩn là các dòng điện nhánh $\Rightarrow$ dùng định luật Ohm tính ra điện áp trên các nhánh và phần tử

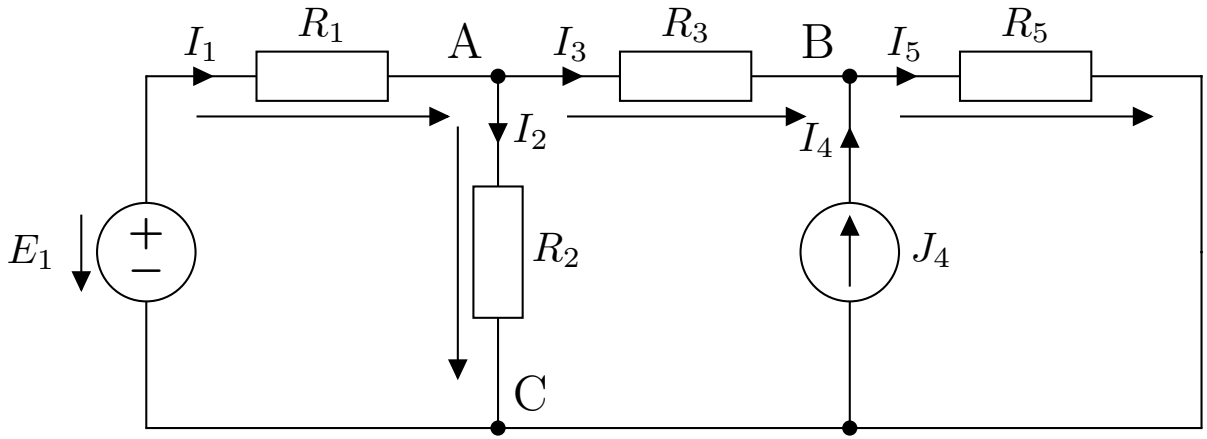
Tóm lại

- Giữ nguyên K1 có dạng $\sum I$
- Chuyển K2 từ dạng $\sum U$ thành dạng $\sum (R \cdot I)$

$\Rightarrow$ Giải ra $I \Rightarrow$ tính ra U

Phương pháp dòng điện nhánh

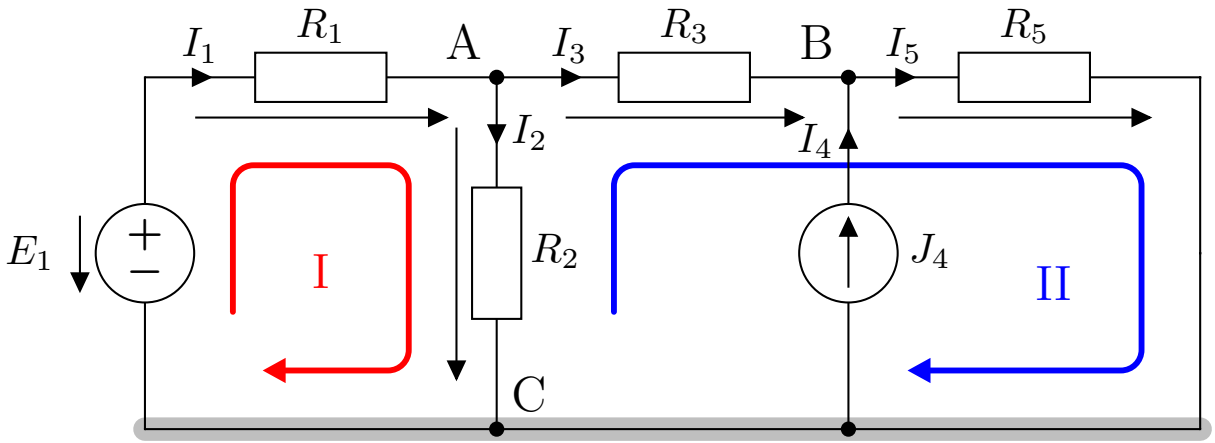
Ví dụ 2.2



- Số phương trình K1:
- Số phương trình K2:
- Chọn nút, chiều dòng điện, viết phương trình K1:
- Chọn vòng, chiều điện áp, viết phương trình K2:

Phương pháp dòng điện nhánh

Ví dụ 2.2



Hệ phương trình Kirchhoff

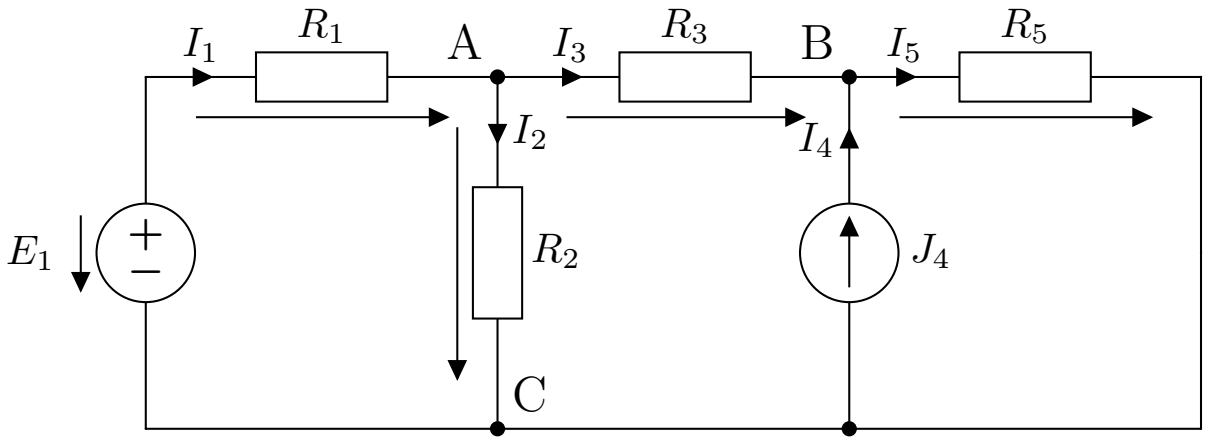
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$I_3 + J_4 - I_5 = 0$$
$$U_1 + U_2 - E_1 = 0$$
$$-U_2 + U_3 + U_5 = 0$$

Hệ phương trình dòng nhánh

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$I_3 - I_5 = -J_4$$
$$R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = E_1$$
$$-R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 = 0$$

Phương pháp dòng điện nhánh

Ví dụ 2.2



Thay số:

- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$

Hệ phương trình dòng nhánh

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$I_3 - I_5 = -1$$
$$5 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2 = 15$$
$$-8 \cdot I_2 + 6 \cdot I_3 + 10 \cdot I_5 = 0$$

Kết quả các dòng nhánh

$I_1 =$ A

$I_2 =$ A

$I_3 =$ A

$I_5 =$ A

Cách giải

Viết thành dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 5 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cách 1: Dùng MATLAB (hoặc các công cụ tương đương như Scilab)

```
>> A = [1 -1 -1 0; 0 0 1 -1; 5 8 0 0; 0 -8 6 10];
>> B = [0; -1; 15; 0];
>> X = inv(A)*B

X =

    1.1290
    1.1694
   -0.0403
    0.9597
```

- Chỉ nên dùng để kiểm chứng kết quả
- Không nên lạm dụng vì dễ làm suy yếu kỹ năng tính toán

Cách giải

Cách 2: Phương pháp Gauss (biến đổi sơ cấp về ma trận tam giác trên)

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 5 & 8 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & -8 & 6 & 10 & 0 \end{array}\right| \Leftrightarrow \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -8 & 6 & 10 & 0 \end{array}\right| \Leftrightarrow$$

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 9{,}0769 & 10 & 9{,}230 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right| \Leftrightarrow \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 9{,}0769 & 10 & 9{,}230 \\ 0 & 0 & 0 & -2{,}101 & -2{,}0168 \end{array}\right|$$

$$\Rightarrow I_5 = -2{,}0168 \div (-2{,}101) = 0{,}9597\,\text{A}$$

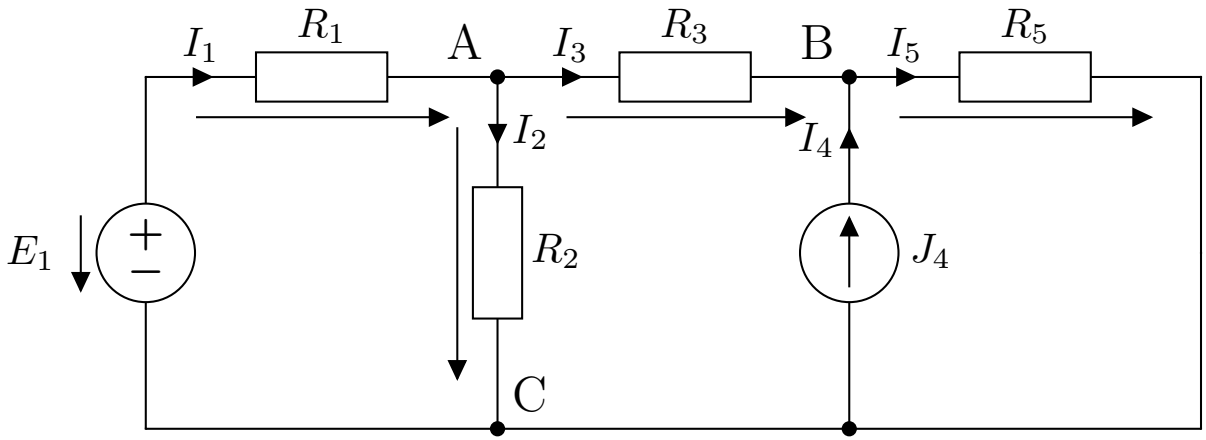
$$I_3 = (9{,}23 - 10 \times 0{,}9597) \div 9{,}0769 = -0{,}0404\,\text{A}$$

$$I_2 = (15 - 5 \times (-0{,}0404)) \div 13 = 1{,}1694\,\text{A}$$

$$I_1 = 1{,}1694 + (-0{,}0404) = 1{,}1290\,\text{A}$$

Phương pháp dòng điện nhánh

Ví dụ 2.2



Thay số:

- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$

Các dòng nhánh

$$I_1 = 1{,}1290\,\text{A}$$
$$I_2 = 1{,}1694\,\text{A}$$
$$I_3 = -0{,}0404\,\text{A}$$
$$I_5 = 0{,}9597\,\text{A}$$

Các điện áp

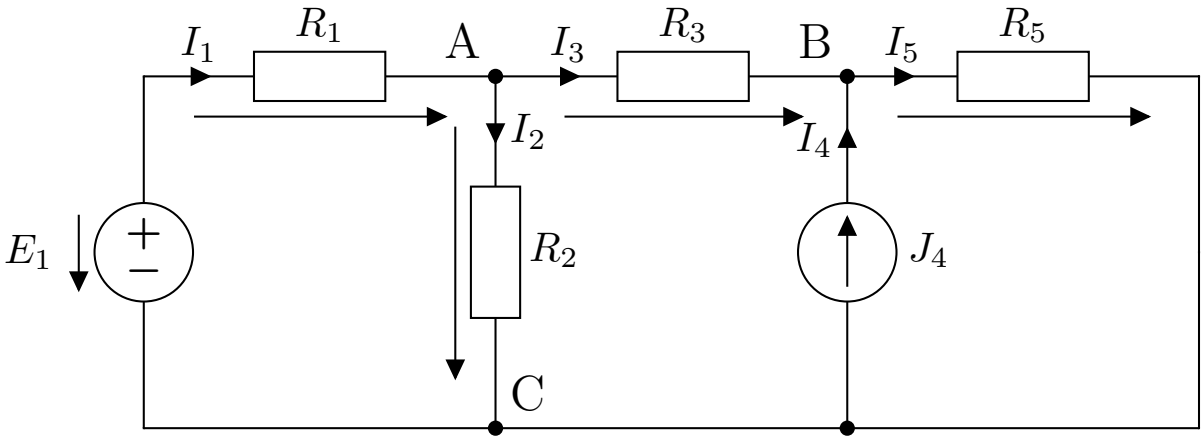
$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 5 \times 1{,}1290 = 5{,}645\,\text{V}$$
$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 8 \times 1{,}1694 = 9{,}3552\,\text{V}$$
$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 6 \times -0{,}0404 = -0{,}2424\,\text{V}$$
$$U_5 = R_5 \cdot I_5 = 10 \times 0{,}9597 = 9{,}597\,\text{V}$$

Nội dung chương

2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
- Hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện một chiều
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Công suất trong mạch điện một chiều

Công suất trong mạch điện một chiều

Ví dụ 2.2



Thay số:

- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$

Công suất tiêu thụ trên các điện trở

- Với mạch thuần trở $P = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$

$\Rightarrow$ $P_{R_1} = 6{,}3732\,\text{W};\ P_{R_2} = 10{,}94\,\text{W};\ P_{R_3} = 0{,}00979\,\text{W};$
$P_{R_5} = 9{,}2102\,\text{W} \Rightarrow \sum P(\text{thu}) = 26{,}5332\,\text{W}$

Công suất phát trên các nguồn

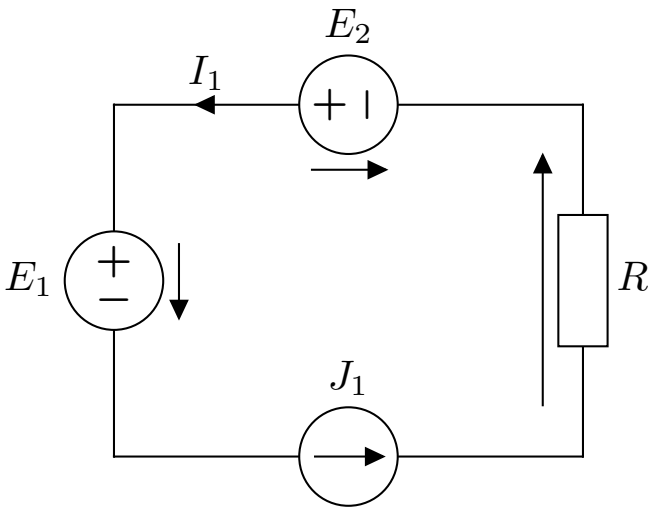
- $P_{E_1}(\text{phát}) = E_1 \cdot I_1 = 16{,}935\,\text{W};\ P_{J_4}(\text{phát}) = J_4 \cdot U_5 = 9{,}597\,\text{W}$

Công suất trong mạch điện một chiều

- Các phần tử tiêu tán (điện trở) luôn tiêu thụ năng lượng ($P_{\text{thu}} > 0$)
- Các phần tử kho điện (tụ điện) và kho từ (cuộn dây) không tiêu thụ năng lượng mà chỉ phóng–nạp trao đổi năng lượng

$\Rightarrow$ Nếu trong mạch chỉ có 1 nguồn thì chắc chắn là nguồn phát
Nếu có nhiều nguồn thì có thể có cả nguồn phát và nguồn thu

Ví dụ 2.3



- $E_1 = 15\,\text{V}$; $E_2 = 9\,\text{V}$; $R = 5\,\Omega$; $J_1 = 1\,\text{A}$

$\Rightarrow$ Tính công suất trên các phần tử

Nội dung môn học

1 Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8 Mạng hai cửa
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10 Mạch điện ba pha

Nội dung chương

3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
   - Phương pháp dòng điện vòng
   - Phương pháp điện thế nút
   - Phương pháp tổng trở tương đương
   - Phương pháp xếp chồng

Các phương pháp giải mạch tuyến tính xác lập

Phương pháp dòng điện nhánh

- Dễ hiểu, dễ lập phương trình
- Nhiều ẩn, nhiều phương trình $\Rightarrow$ khó giải
- $\Rightarrow$ Nhu cầu tiếp tục giảm số ẩn để đơn giản hoá bài toán

Những cách tiếp cận làm đơn giản hoá bài toán

- Đặt biến trung gian làm đơn giản hoá hệ phương trình
  1. Phương pháp dòng điện vòng
  2. Phương pháp điện thế nút
- Biến đổi mạch điện làm đơn giản hoá cấu trúc mạch
  3. Phương pháp tổng trở tương đương
  4. Phương pháp xếp chồng

Nội dung chương

3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng

Phương pháp dòng điện vòng

Biến và phương trình

- Thay vì giải trực tiếp các dòng điện nhánh thì đặt "ẩn phụ" ("đổi biến") là các dòng điện quy ước chảy trong các *vòng cơ bản* của mạch

$\Rightarrow$ Mạch có $l = b - n + 1$ vòng cơ bản *không chứa nguồn dòng* thì cần lập l phương trình để tìm l dòng điện vòng

- Với mỗi *nguồn dòng* cần có một vòng "xả" với dòng điện vòng bằng dòng điện của nguồn dòng ⚠ Không "xả" qua nguồn dòng khác

$\Rightarrow$ *Nguồn dòng độc lập* không làm tăng số biến và số phương trình

- Sau đó tính các dòng điện mỗi nhánh là tổ hợp các dòng vòng

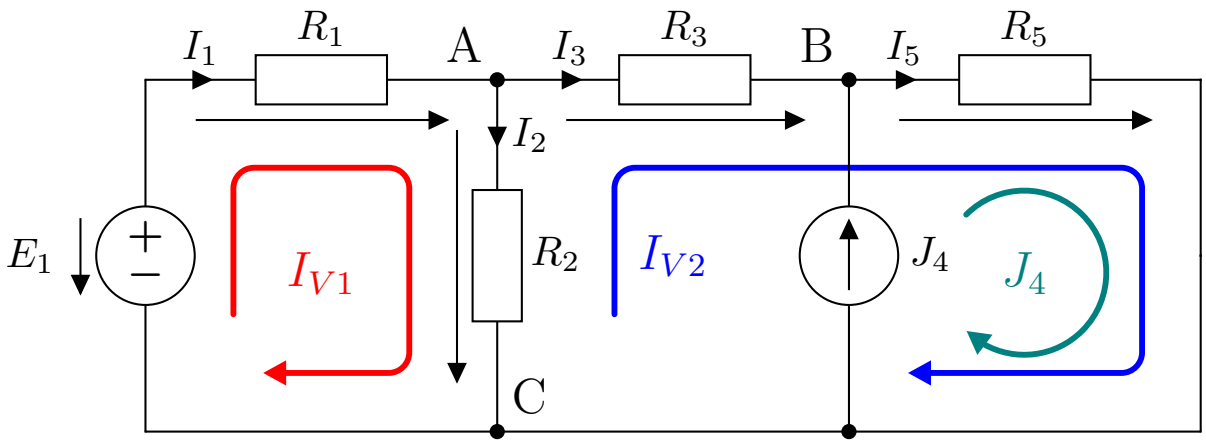
Cách làm

- Lập l phương trình từ định luật K2
- Mỗi vòng cơ bản đặt quy ước một dòng điện vòng
- Xác định vòng "xả" cho các nguồn dòng (nếu có)

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 3.1

- Mạch có 4 nhánh và 3 nút $\rightarrow$ có $4-3+1=2$ vòng cơ bản
- Quy ước 2 dòng điện vòng và 1 vòng xả nguồn dòng



Hệ phương trình dòng nhánh ở các vòng theo định luật K2

- Vòng 1

  $R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - E_1 = 0$
- Vòng 2

  $-R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 = 0$

Quan hệ dòng nhánh và dòng vòng

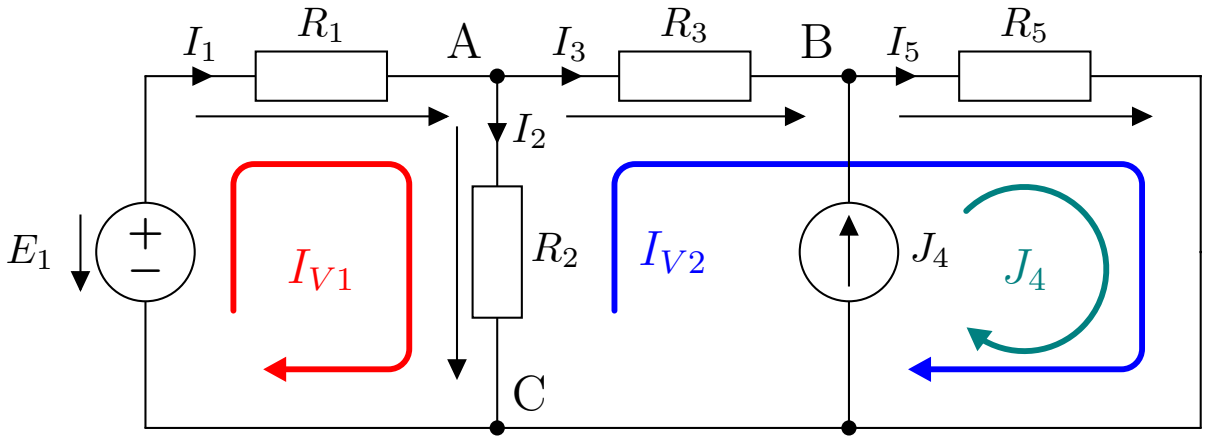
- $I_1 = I_{V1}$
- $I_2 = I_{V1} - I_{V2}$
- $I_3 = I_{V2}$
- $I_5 = I_{V2} + J_4$

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 3.1

Thay số

- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$



$\Rightarrow$ Hệ phương trình dòng điện vòng

$$(R_1 + R_2) \cdot I_{V1} - R_2 \cdot I_{V2} = E_1$$
$$-R_2 \cdot I_{V1} + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot I_{V2} = -R_5 \cdot J_4$$

Thay số $\rightarrow$ giải phương trình $\rightarrow$ các dòng vòng $\rightarrow$ các dòng nhánh

$$\begin{aligned} 13 \cdot I_{V1} - 8 \cdot I_{V2} &= 15 \\ -8 \cdot I_{V1} + 24 \cdot I_{V2} &= -10 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} I_{V1} &= \quad \text{A} \\ I_{V2} &= \quad \text{A} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} I_1 &= \quad \text{A};\ I_2 = \quad \text{A}; \\ I_3 &= \quad \text{A};\ I_5 = \quad \text{A}. \end{aligned}$$

Cách giải

Dạng ma trận của hệ phương trình

$$\begin{bmatrix} 13 & -8 \\ -8 & 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{V1} \\ I_{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -10 \end{bmatrix}$$

- Cách 1: Dùng MATLAB hoặc Scilab (để kiểm tra chéo)
- Cách 2: Biến đổi sơ cấp hoặc phương pháp Gauss

Cách 3: Dùng quy tắc Cramer

Hệ phương trình $A \cdot x = b$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Có nghiệm:

$$x_j = \frac{\det A_j}{\det A};$$

A_j: thay vector b vào cột thứ j của ma trận A

Với $\det A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

Cách giải

Dạng ma trận của hệ phương trình

$$\begin{bmatrix} 13 & -8 \\ -8 & 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{V1} \\ I_{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -10 \end{bmatrix}$$

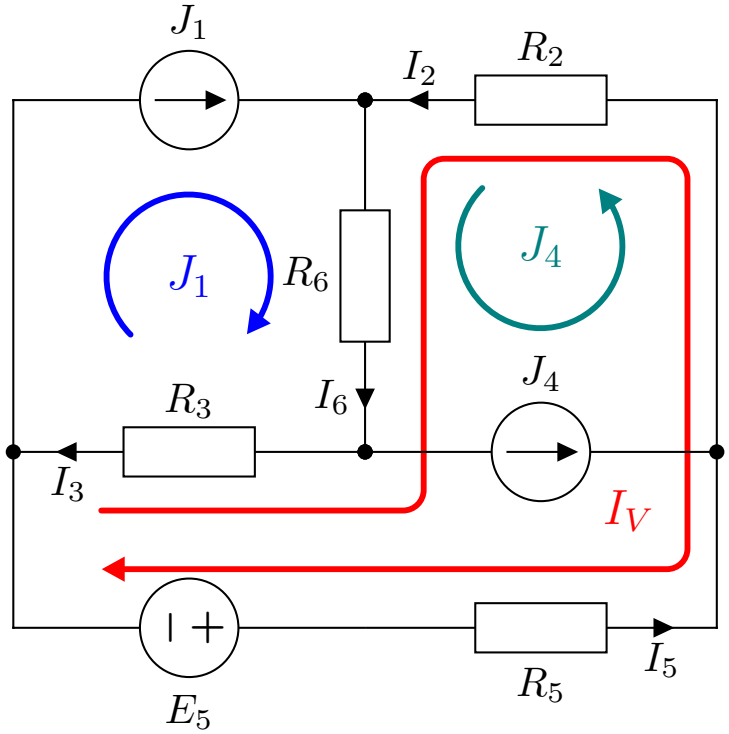
Áp dụng quy tắc Cramer

$$I_{V1} = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -8 \\ -10 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -8 \\ -8 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{15 \cdot 24 - ((-8) \cdot (-10))}{13 \cdot 24 - ((-8) \cdot (-8))} = 1{,}129\,\text{A}$$

$$I_{V2} = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 15 \\ -8 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -8 \\ -8 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{13 \cdot (-10) - (15 \cdot (-8))}{13 \cdot 24 - ((-8) \cdot (-8))} = -0.0403\,\text{A}$$

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 3.2



$J_1 = 1\,\text{A};\ R_2 = 5\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;\ J_4 = 1{,}5\,\text{A};$
$R_5 = 4\,\Omega;\ E_5 = 12\,\text{V};\ R_6 = 8\,\Omega.$

- Số nhánh cần tìm: 4
- Số nút: 4

$\Rightarrow$ Số vòng cơ bản: $4 - 4 + 1 = 1$

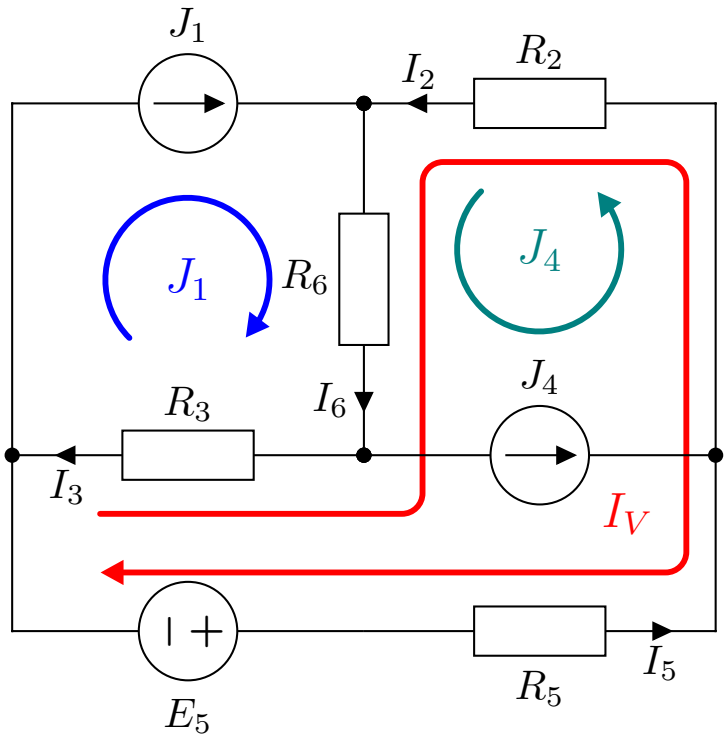
- Số nguồn dòng độc lập: 2

$\Rightarrow$ Số vòng xả: 2

- Phương trình dòng nhánh trên vòng cơ bản:
  $-R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 - R_5 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_6 + E_5 = 0$
- Thay các biến dòng nhánh bằng biến dòng vòng:
  $R_2 \cdot (-I_V + J_4) + R_3 \cdot (-I_V + J_1) - R_5 \cdot I_V + R_6 \cdot (-I_V + J_1 + J_4) = E_5$

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 3.2



$J_1 = 1\,\text{A};\ R_2 = 5\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;\ J_4 = 1{,}5\,\text{A};$
$R_5 = 4\,\Omega;\ E_5 = 12\,\text{V};\ R_6 = 8\,\Omega$

- Rút gọn phương trình dòng điện vòng
  $(R_2 + R_3 + R_5 + R_6) \cdot I_V =$
  $(R_3 + R_6) \cdot J_1 + (R_2 + R_6) \cdot J_4 - E_5$
- Thay số giải được ẩn dòng điện vòng

  $23 \cdot I_V = 21{,}5 \Rightarrow I_V = 0{,}9348\,\text{A}$
- Từ đó tính ra các dòng điện nhánh, điện áp, và công suất

⚠ Có một số cách "tính nhẩm" có thể xem trong các tài liệu

⚠ Tuy nhiên, "tính nhẩm" dễ bị nhầm lẫn nếu gặp các trường hợp "lạ"
$\Rightarrow$ cứ đi từ các phương trình Kirchhoff sẽ "an toàn" hơn.

Nội dung chương

3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng

Phương pháp điện thế nút

Biến và phương trình

- Biến cần tìm là điện thế các nút của mạch

$\Rightarrow$ Mạch có n nút *bậc cao* cần lập $n-1$ phương trình để tìm $n-1$ điện thế nút

- Sau đó từ điện thế nút tính ra các dòng nhánh và điện áp

Cách làm

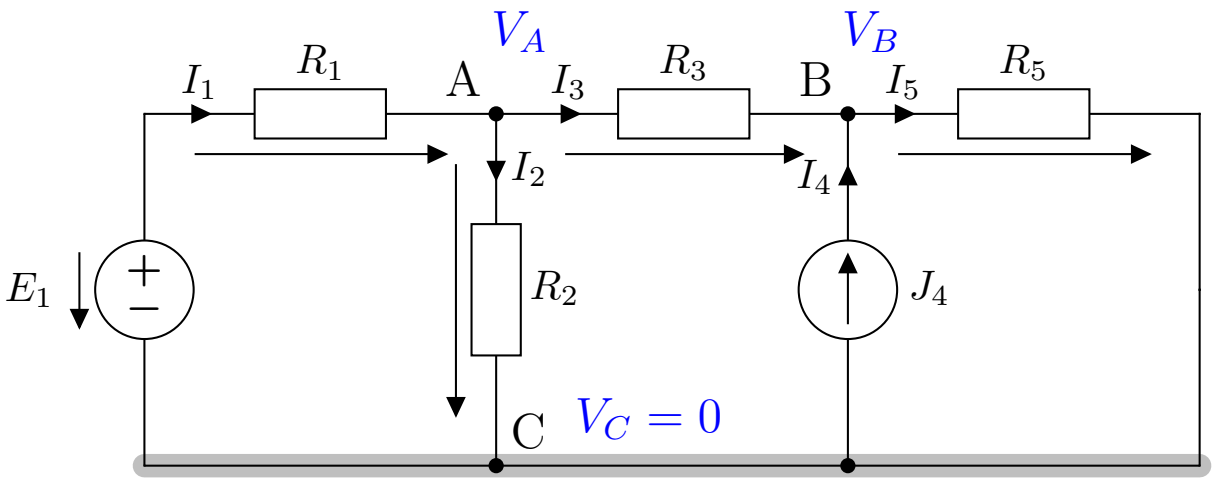
- Lấy một nút bất kỳ làm điểm *đất* có điện thế bằng 0
- Lập $n-1$ phương trình từ định luật K1

- Đây là phương pháp cơ sở để giải các mạch chứa op-amp

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 3.3

- Mạch có 3 nút → có $3-1=2$ phương trình theo luật K1
- Chọn điểm C làm *đất*
- Ẩn số là điện thế V_A và V_B



Hệ phương trình K1

- Nút A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$
- Nút B: $I_3 + J_4 - I_5 = 0$

⇒ Hệ phương trình điện thế nút

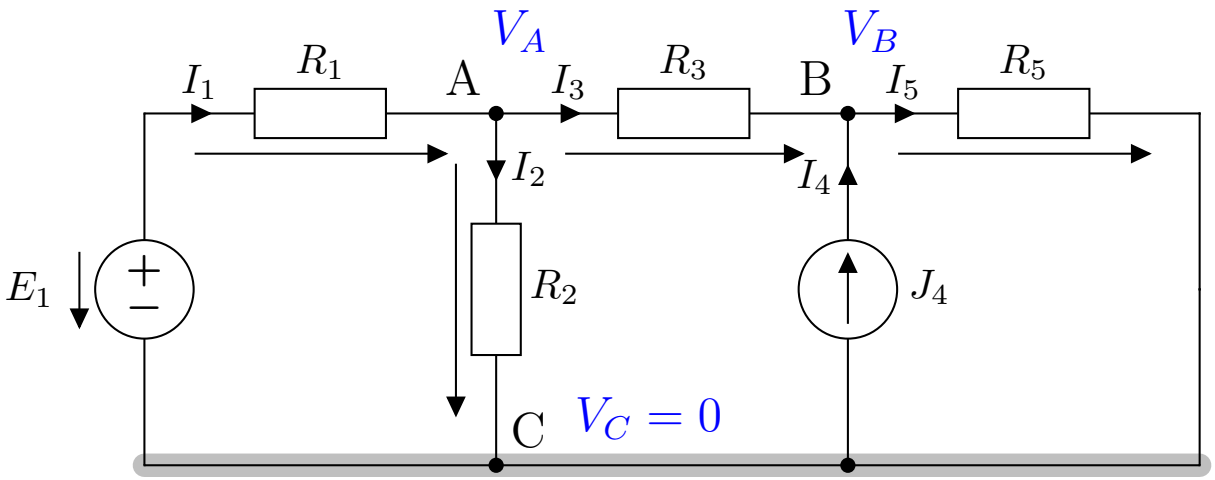
- $\dfrac{-V_A + E_1}{R_1} - \dfrac{V_A}{R_2} - \dfrac{V_A - V_B}{R_3} = 0$
- $\dfrac{V_A - V_B}{R3} - \dfrac{V_B}{R5} = -J_4$

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 3.3

Thay số

- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$



Rút gọn hệ phương trình điện thế nút

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot V_A - \frac{1}{R_3} \cdot V_B = \frac{E_1}{R_1}$$

$$\frac{1}{R_3} \cdot V_A - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) \cdot V_B = -J_4$$

Thay số

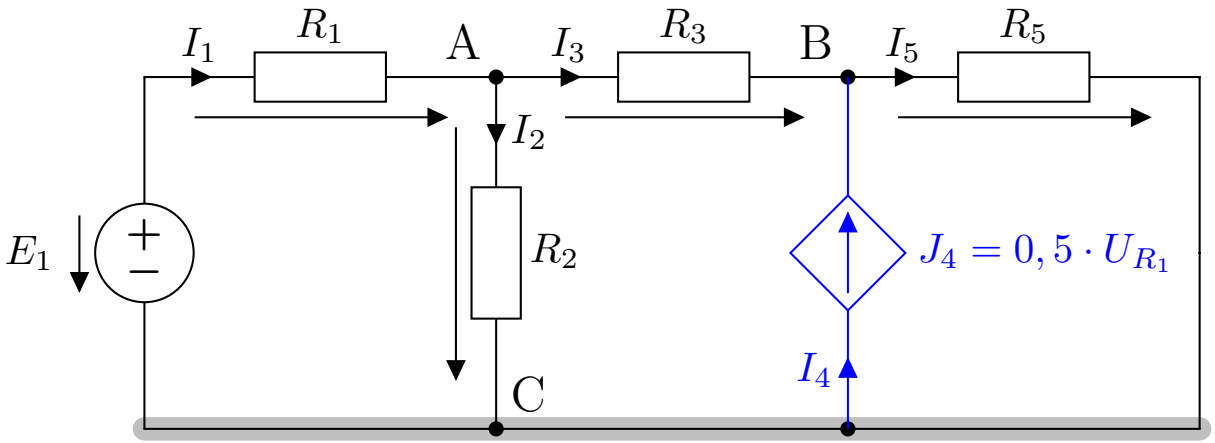
$$0{,}4917 \cdot V_A - 0{,}1667 \cdot V_B = 3$$
$$0{,}1667 \cdot V_A - 0{,}2667 \cdot V_B = -1$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} V_A = 9{,}3548\,\text{V} \\ V_B = 9{,}5967\,\text{V} \end{matrix}$$

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 3.4: Trường hợp nguồn phụ thuộc

- $E_1 = 15\,\text{V}$; $R_1 = 5\,\Omega$;
- $R_2 = 8\,\Omega$; $R_3 = 6\,\Omega$;
- $R_5 = 10\,\Omega$.



$\Rightarrow$ Tiếp tục biến đổi giá trị nguồn phụ thuộc về các dòng điện nhánh độc lập

Hệ phương trình K1

- Nút A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$
- Nút B: $I_3 + J_4 - I_5 = 0$

  $\Leftrightarrow I_3 + 2{,}5 \cdot I_1 - I_5 = 0$

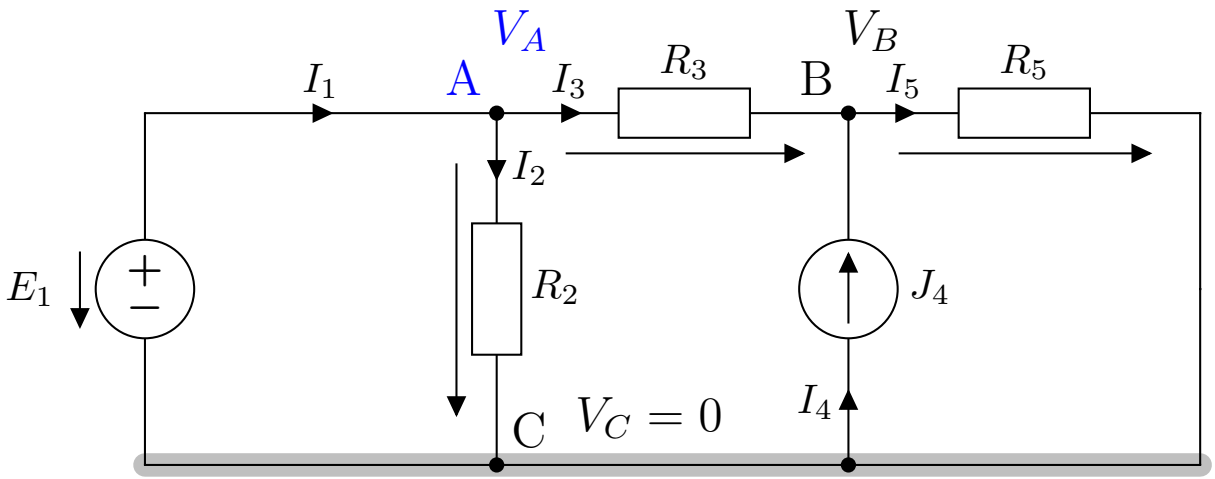
$\Rightarrow$ Hệ phương trình điện thế nút

- $\dfrac{-V_A + E_1}{R_1} - \dfrac{V_A}{R_2} - \dfrac{V_A - V_B}{R_3} = 0$
- $\dfrac{V_A - V_B}{R3} + 2{,}5 \cdot \dfrac{-V_A + E_1}{R_1} - \dfrac{V_B}{R5} = 0$

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 3.5: Trường hợp siêu nút

Là trường hợp các nút trong mạch được nối với nhau bằng nguồn áp, không có điện trở "đệm"

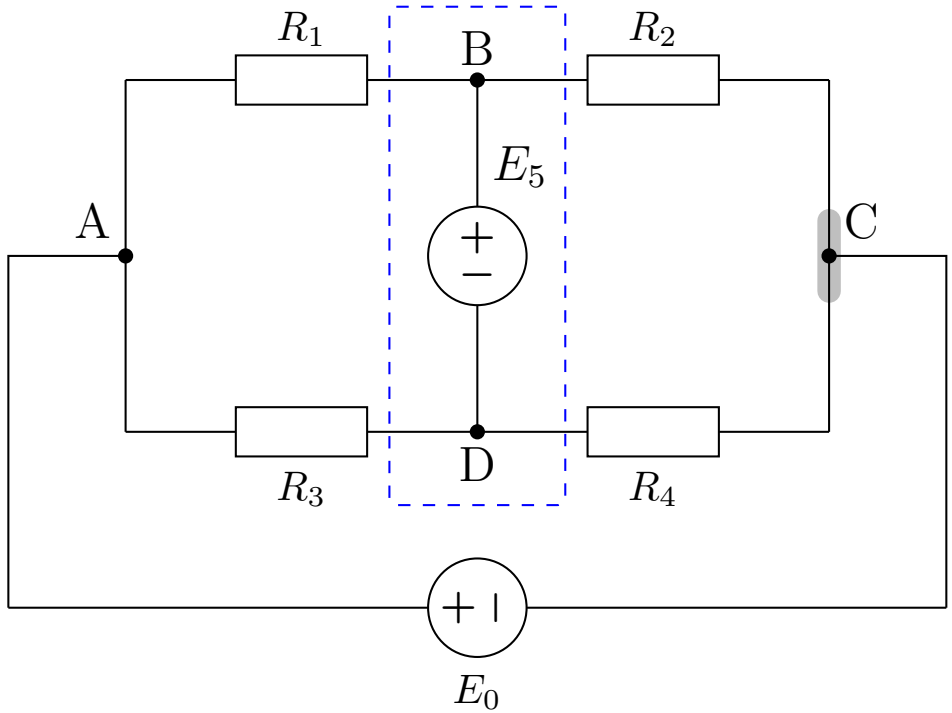


✗ Giải như Ví dụ 3.3 rồi thay $R_1 = 0$
→ hệ phương trình vô định → không giải được

✓ Điện thế $V_A = E_1$ → chỉ cần lập 1 phương trình để tìm điện thế V_B
→ Siêu nút làm giảm số biến cần tìm

Phương pháp điện thế nút

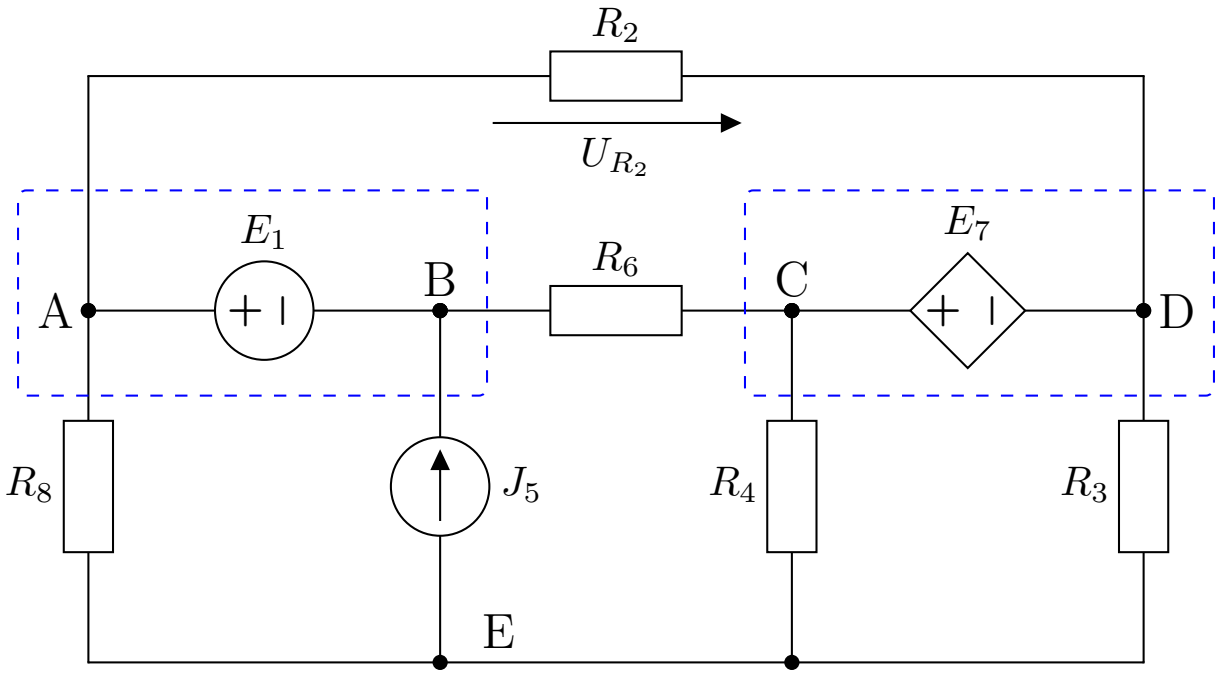
Ví dụ 3.6: Mạch có nhiều siêu nút



- Lấy một nút làm gốc, ví dụ nút C $\Rightarrow$ điện thế $V_A = E_0$
- Hiệu điện thế BD: $V_B - V_D = E_5$
- Áp dụng *định luật K1 mở rộng* cho "vùng khép kín" BD

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 3.7: Mạch có nhiều siêu nút với nguồn phụ thuộc



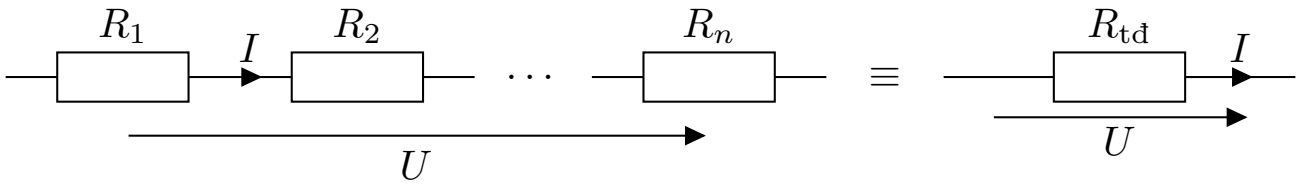
$E_1 = 20\,\text{V};\ R_2 = 3\,\Omega;$
$R_3 = 1\,\Omega;\ R_4 = 4\,\Omega;$
$J_5 = 10\,\text{A};\ R_6 = 6\,\Omega;$
$E_7 = 3 \cdot U_{R_2};\ R_8 = 2\,\Omega.$

Nội dung chương

3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng

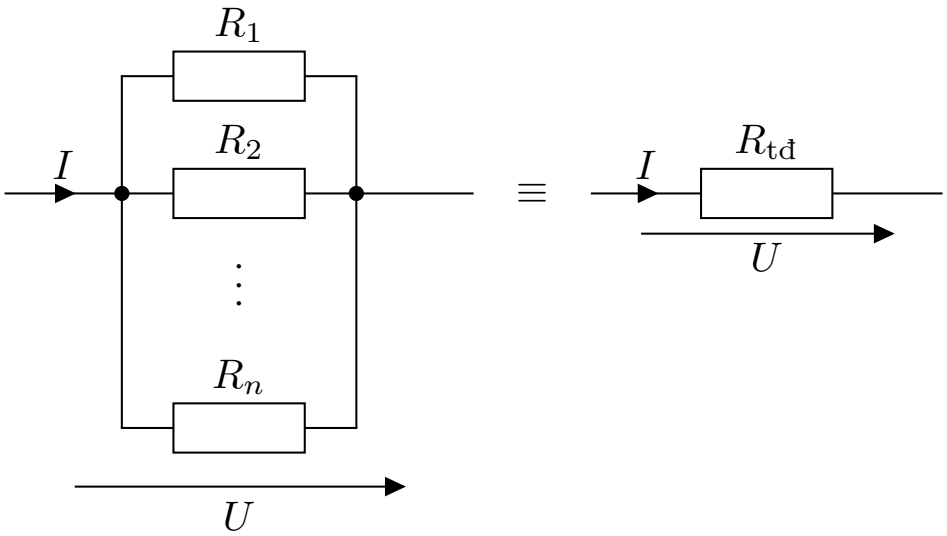
Phương pháp tổng trở tương đương

Mạch nối tiếp: điện trở tương đương bằng điện trở tổng



$$R_{\text{tđ}} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

Mạch song song: điện dẫn tương đương bằng điện dẫn tổng

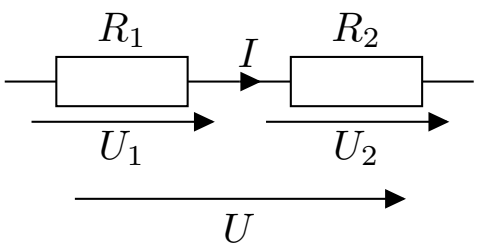


$$G_{\text{tđ}} = G_1 + G_2 + \ldots + G_n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_{\text{tđ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

Phương pháp tổng trở tương đương

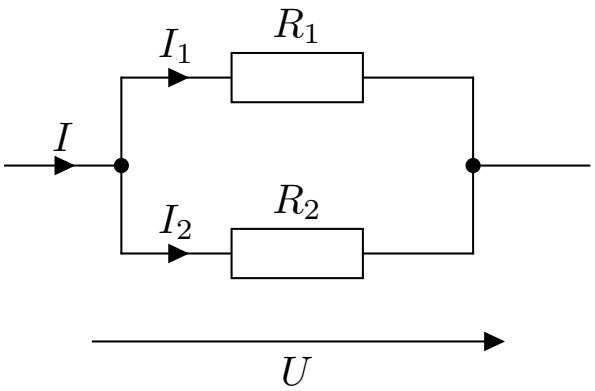
Công thức phân áp



- Tổng quát $U_k = \dfrac{R_k}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot U$
- Trường hợp 2 phần tử (phổ biến)

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U; \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Công thức chia dòng

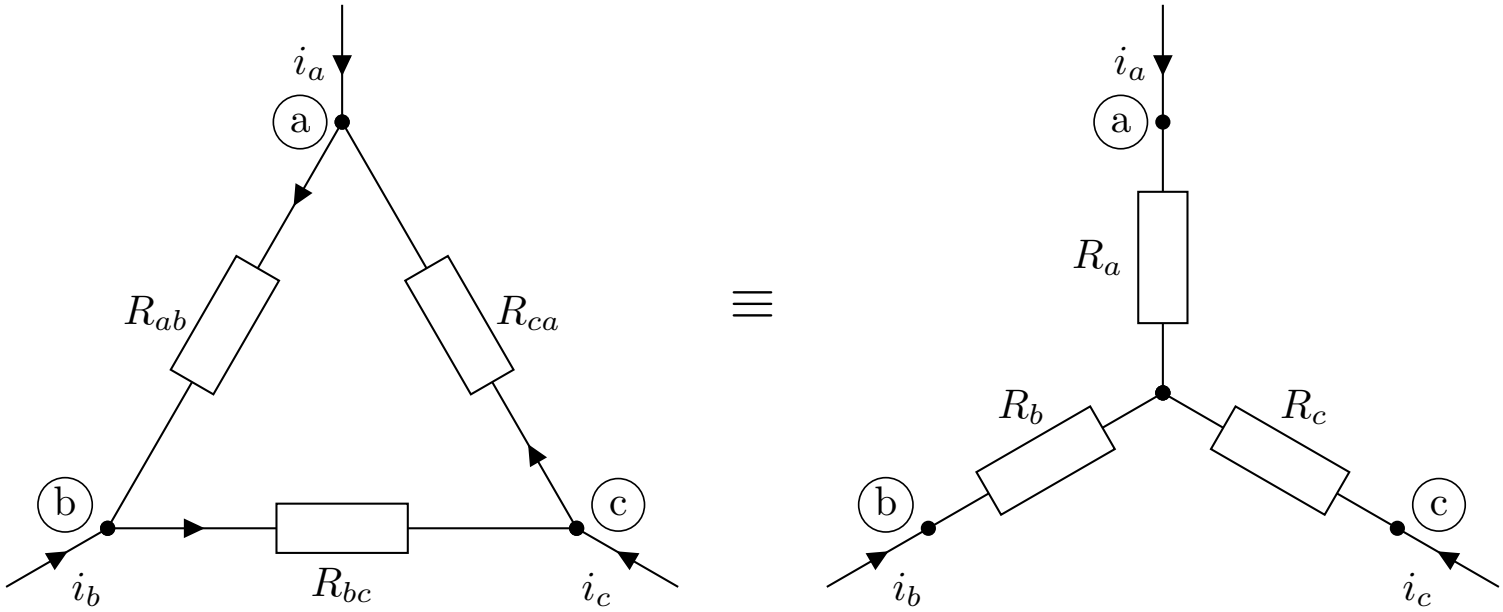


- Tổng quát $I_k = \dfrac{G_k}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \cdot I$
- Trường hợp 2 phần tử (phổ biến)

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I; \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Phương pháp tổng trở tương đương

Biến đổi sao – tam giác



$$\text{Y} \to \Delta: \quad R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}$$

$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c \cdot R_a}{R_b}$$

$$\Delta \to \text{Y}: \quad R_a = \frac{R_{ca} \cdot R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

Nội dung chương

3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng

Phương pháp xếp chồng

- Hệ tuyến tính là hệ thoả mãn *nguyên lý xếp chồng*

$\Rightarrow$ Có thể dùng nguyên lý xếp chồng để đơn giản hoá bài toán giải mạch điện tuyến tính

Xếp chồng trong mạch điện tuyến tính có nhiều nguồn

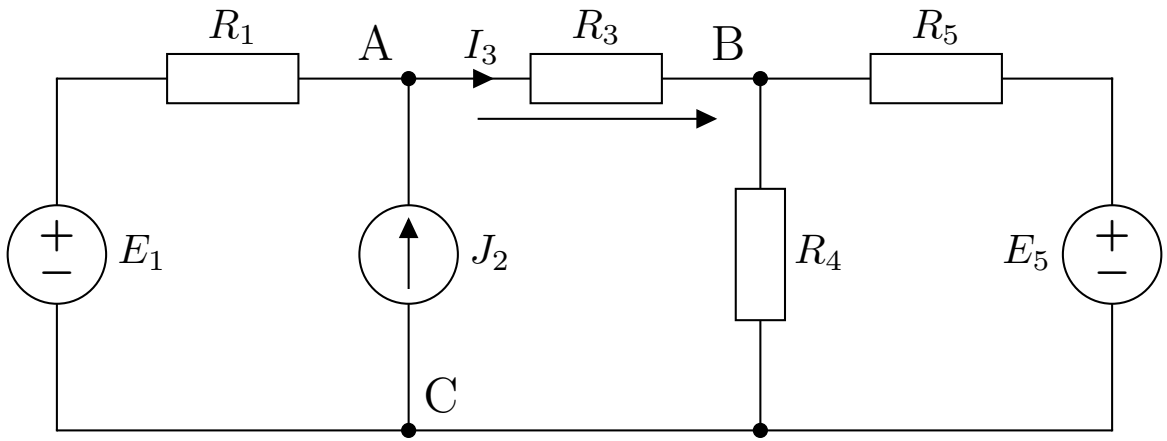
- Các đại lượng dòng và áp trong mạch là *tổng đại số* của các dòng và áp do từng *nguồn độc lập* sinh ra trong khi các *nguồn độc lập* khác đang "tắt"

Cách "tắt" (còn gọi là "triệt tiêu") nguồn

- Nguồn áp độc lập $\rightarrow$ Ngắn mạch
- Nguồn dòng độc lập $\rightarrow$ Hở mạch
- KHÔNG được tắt nguồn phụ thuộc

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.8: Tính dòng I_3 bằng phương pháp xếp chồng

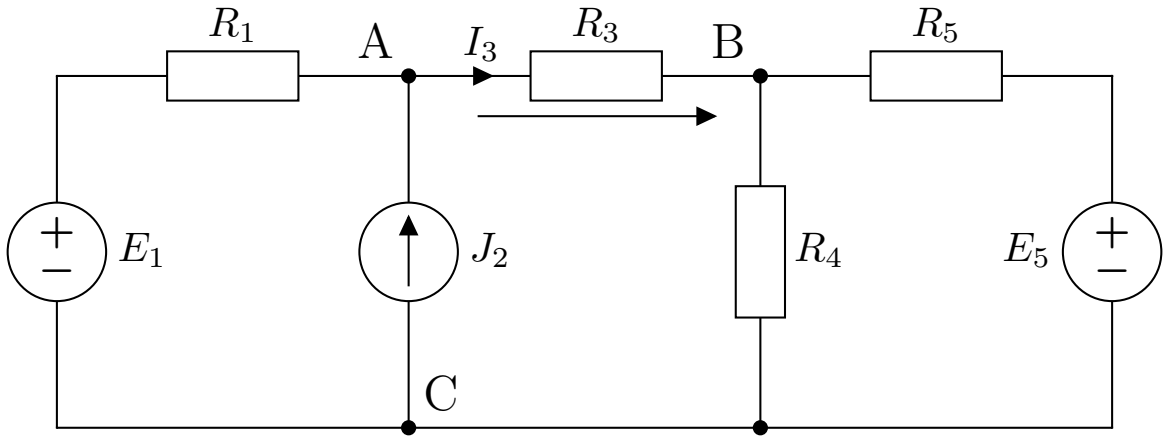


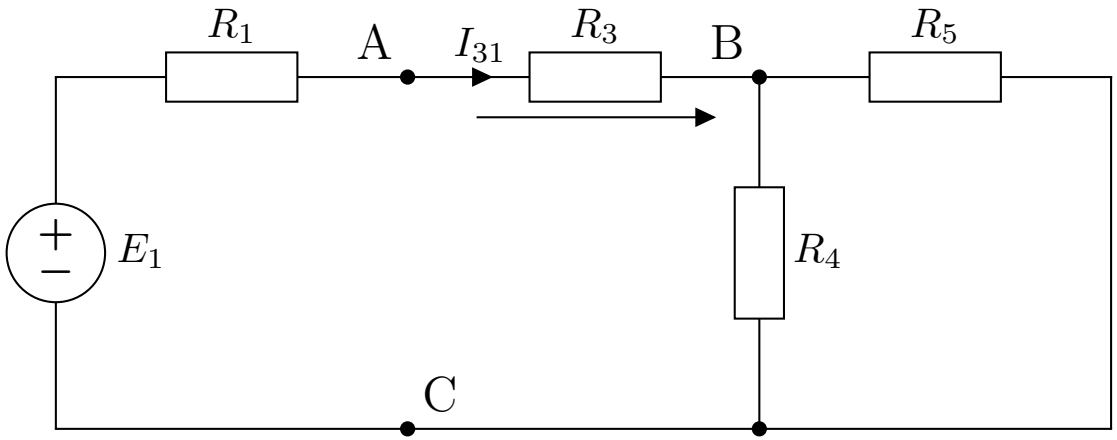
Cách giải

- $I_3 = I_{31} + I_{32} + I_{35}$
- I_{31} là dòng qua R_3 khi chỉ có nguồn E_1 tác động, nguồn J_2 và E_5 tắt
- I_{32} là dòng qua R_3 khi chỉ có nguồn J_2 tác động, nguồn E_1 và E_5 tắt
- I_{35} là dòng qua R_3 khi chỉ có nguồn E_5 tác động, nguồn J_2 và E_1 tắt

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.8: Tính dòng I_3 bằng phương pháp xếp chồng





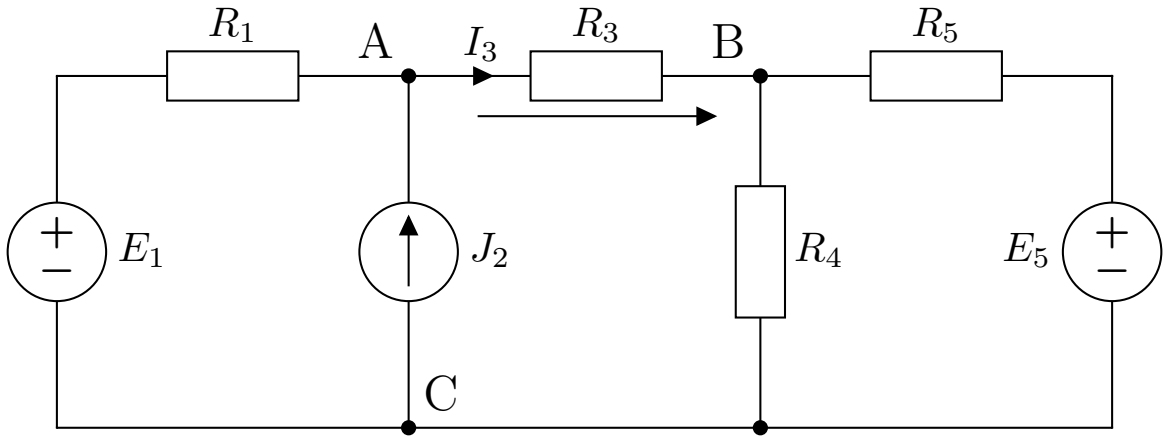
Thành phần I_{31}

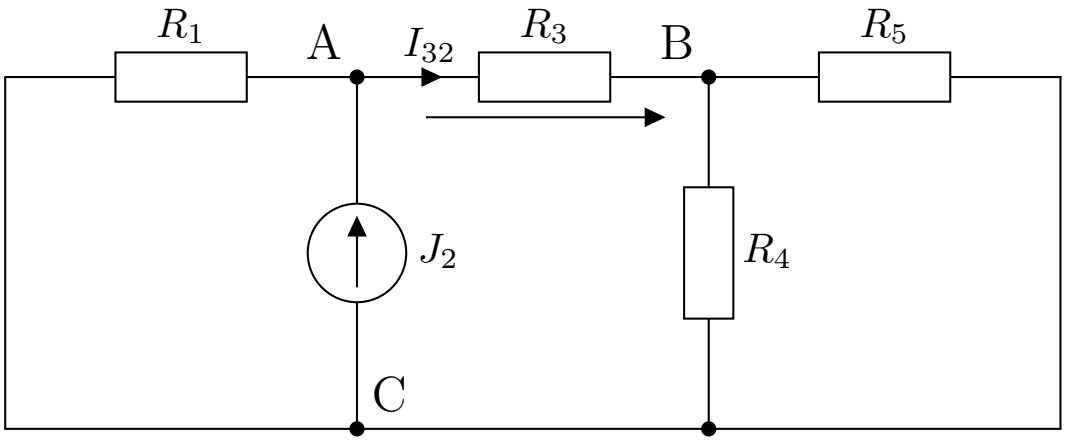
$$R_{\text{tđ}} = R_1 + R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

$$I_{31} = \frac{E_1}{R_{\text{tđ}}}$$

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.8: Tính dòng I_3 bằng phương pháp xếp chồng





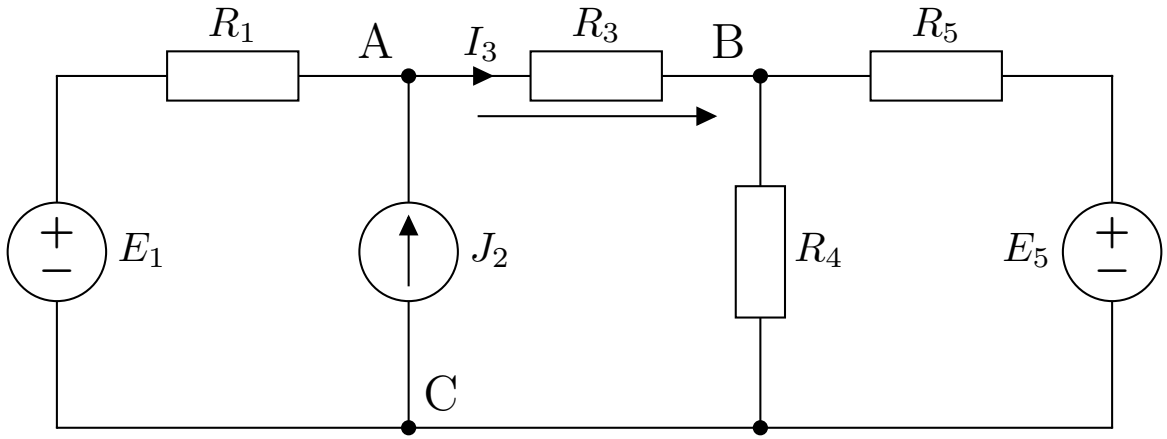
Thành phần I_{32}

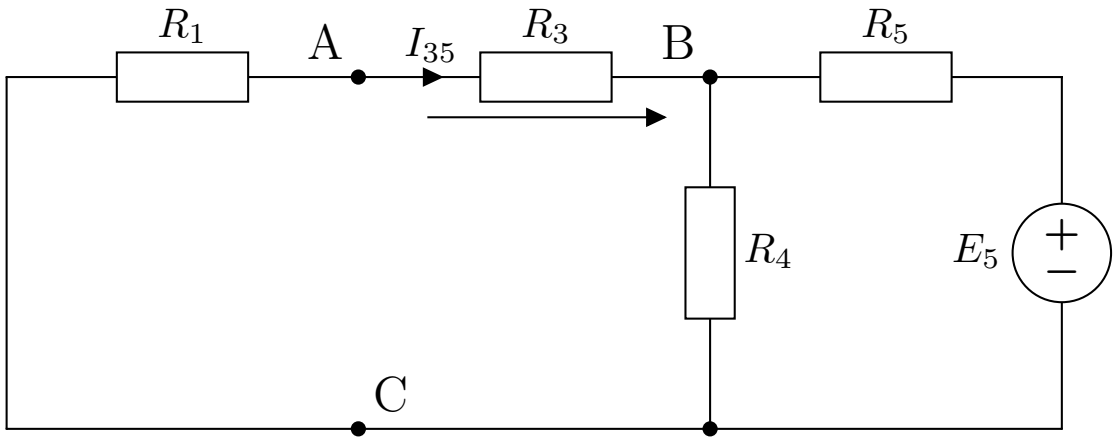
$$R_{345} = R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

$$I_{32} = \frac{R_1}{R_1 + R_{345}} \cdot J_2$$

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.8: Tính dòng I_3 bằng phương pháp xếp chồng





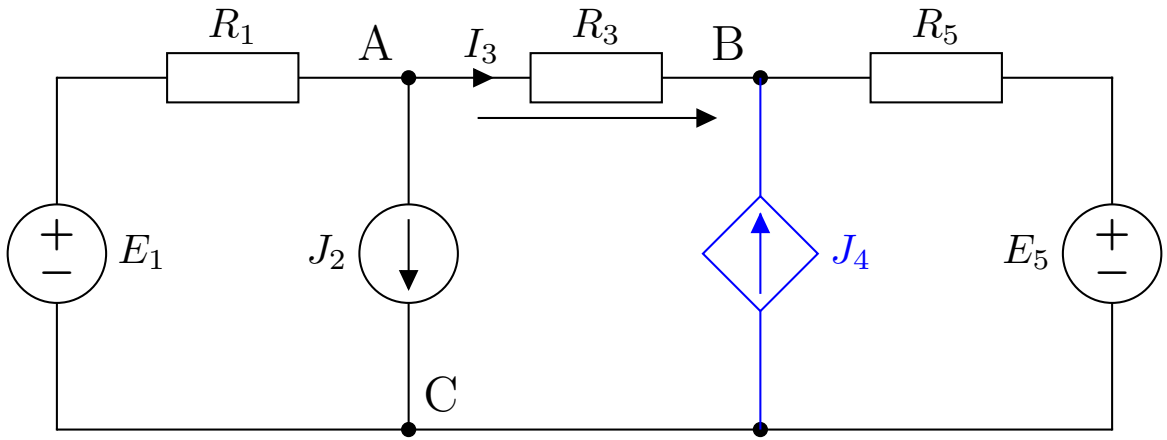
Thành phần I_{35}

$$R_{\text{tđ}} = R_5 + \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$I_{32} = -\frac{E_5}{R_{\text{tđ}}} \cdot \frac{R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.9: Xếp chồng mạch có nguồn phụ thuộc



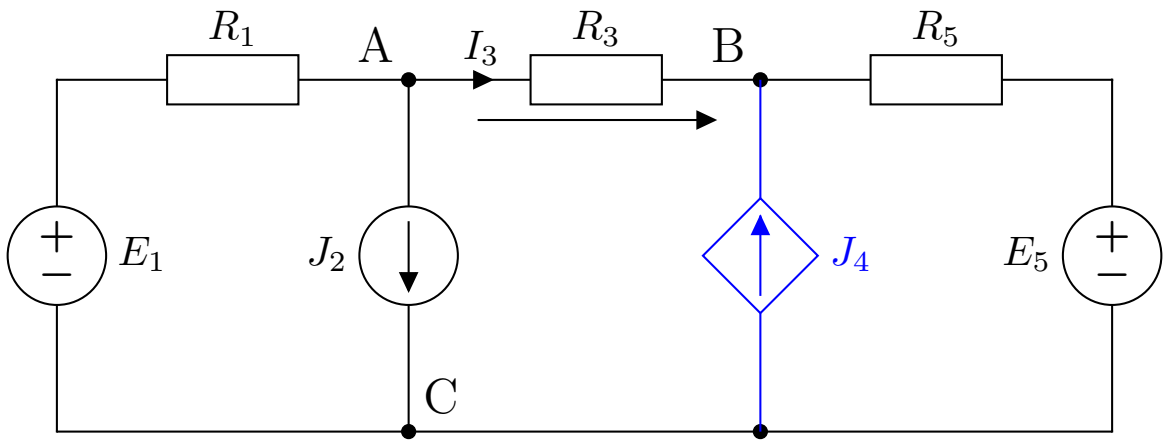
Cách giải

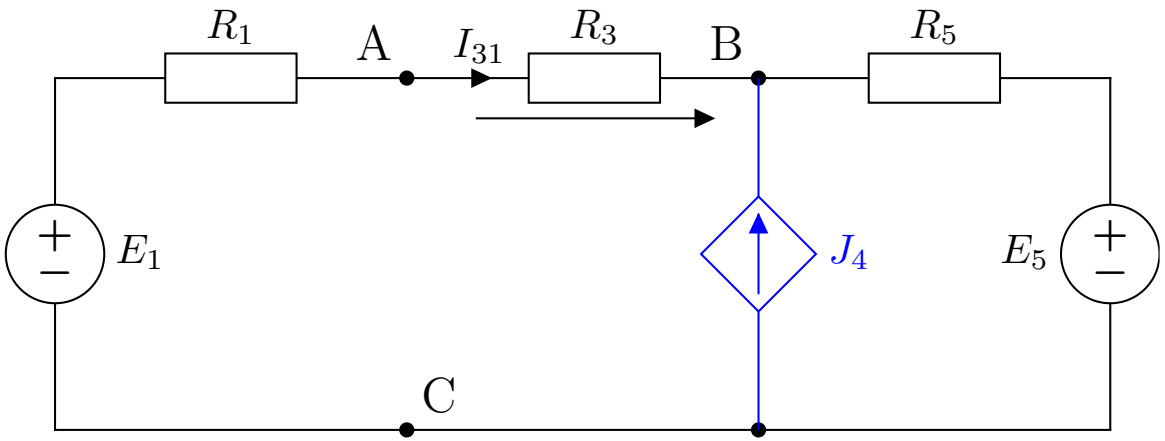
- $I_3 = I_{31} + I_{32}$
- I_{31} là dòng qua R_3 khi chỉ có nguồn E_1 tác động, nguồn J_2 tắt
- I_{32} là dòng qua R_3 khi chỉ có nguồn J_2 tác động, nguồn E_1 tắt

⚠ Không được tắt nguồn phụ thuộc J_4

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.9: Xếp chồng mạch có nguồn phụ thuộc



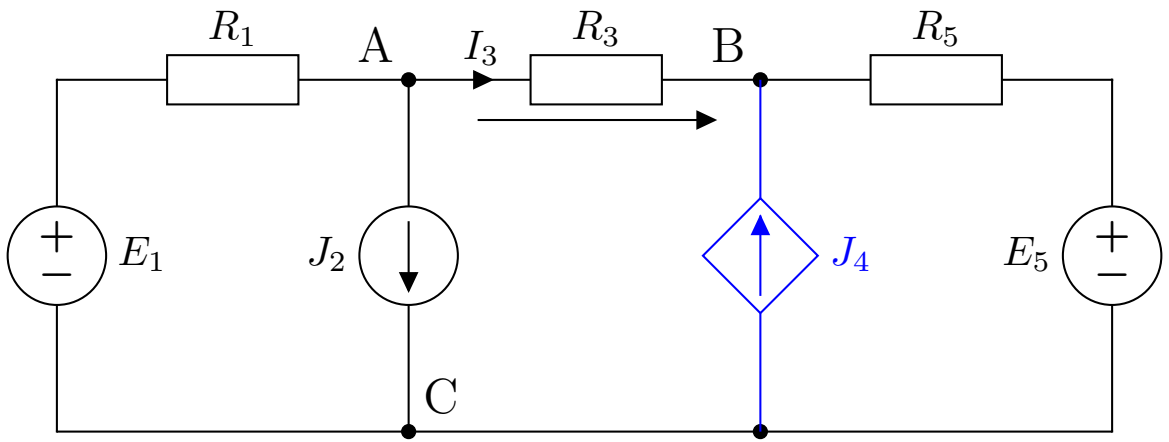


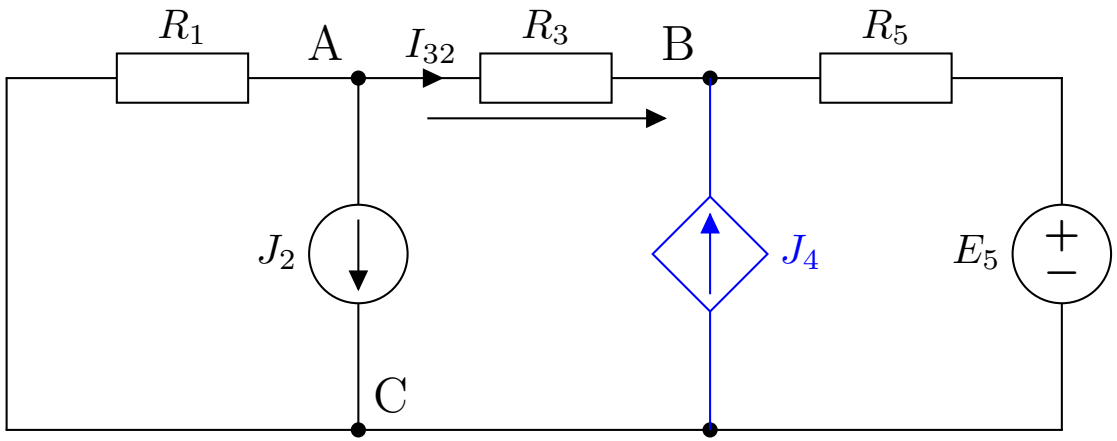
Thành phần I_{31}

- Hở mạch nguồn J_2
- Tìm I_{31} bằng một phương pháp giải mạch (ví dụ điện thế nút)

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 3.9: Xếp chồng mạch có nguồn phụ thuộc





Thành phần I_{32}

- Ngắn mạch nguồn E_1
- Tìm I_{32} bằng một phương pháp giải mạch (ví dụ dòng điện vòng)

Nội dung môn học

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung chương

4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
   - Đại lượng xoay chiều điều hòa
   - Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
   - Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
   - Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
   - Ảnh phức của các phần tử mạch điện
   - Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

Nội dung chương

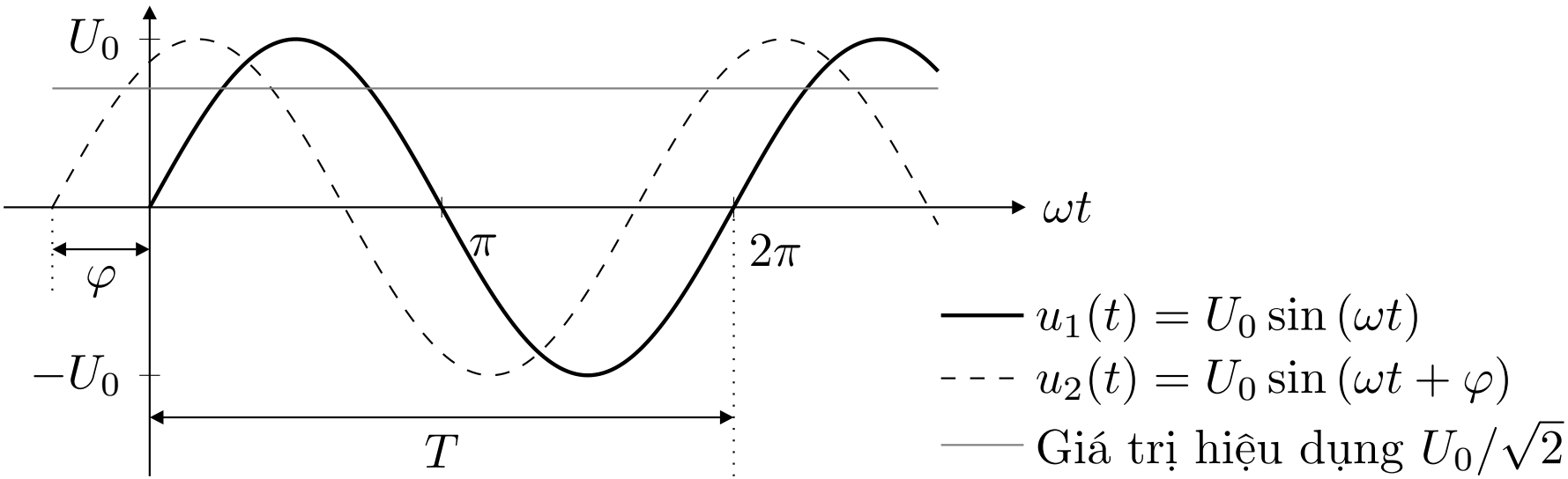
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
- Đại lượng xoay chiều điều hòa
- Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
- Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
- Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
- Ảnh phức của các phần tử mạch điện
- Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

Đại lượng xoay chiều điều hoà

- Đại lượng *xoay chiều* có giá trị tức thời đổi dấu theo thời gian
- Nếu sự thay đổi đó lặp đi lặp lại theo *chu kỳ* T (*tần số* $f = 1/T$) thì gọi là đại lượng biến thiên *tuần hoàn*
- Nếu hàm tuần hoàn là sin hoặc cos thì gọi là hàm *điều hoà*

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)\,\text{V}$$
$$i(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta)\,\text{A}$$

U_0, I_0: Biên độ; φ, θ: Góc pha;
ω: Tần số góc; $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$

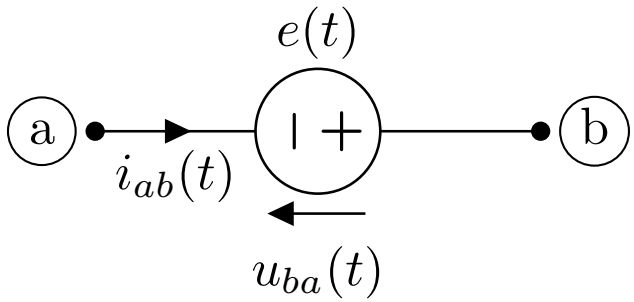


Nội dung chương

4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
   - Đại lượng xoay chiều điều hòa
   - Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
   - Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
   - Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
   - Ảnh phức của các phần tử mạch điện
   - Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

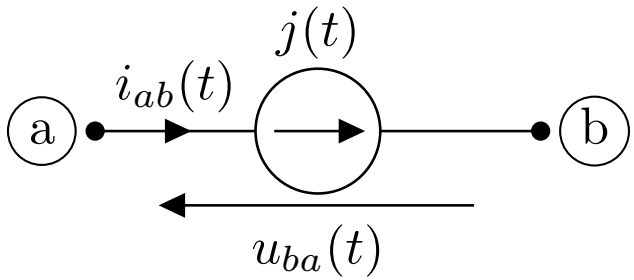
Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Nguồn áp



- $u_{ba}(t) = e(t) = E_0 \sin(\omega t + \varphi),\ \forall i_{ab}(t),\ \forall t$

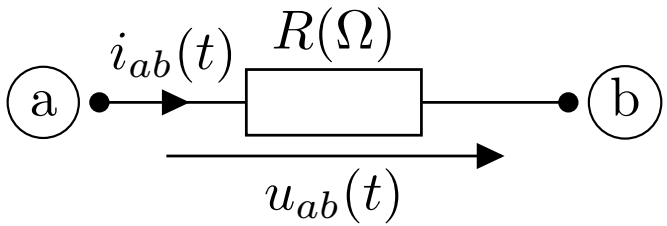
Nguồn dòng



- $i_{ab}(t) = j(t) = J_0 \sin(\omega t + \theta),\ \forall u_{ba}(t),\ \forall t$

Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Điện trở



- $i_{ab}(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta)$

$\Rightarrow u_{ab}(t) = R \cdot i_{ab}(t) = R \cdot I_0 \sin(\omega t + \theta)$

Điện dẫn

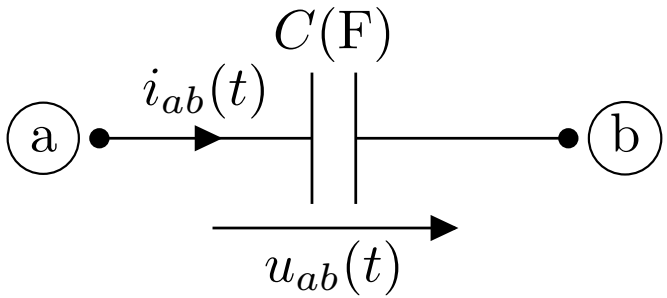
- $u_{ab}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow i_{ab}(t) = G \cdot u_{ab}(t) = G \cdot U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow$ Dòng và áp trên điện trở (và điện dẫn) *cùng tần số* và *cùng pha*

Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Điện dung (tụ điện)



- $u_{ab}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

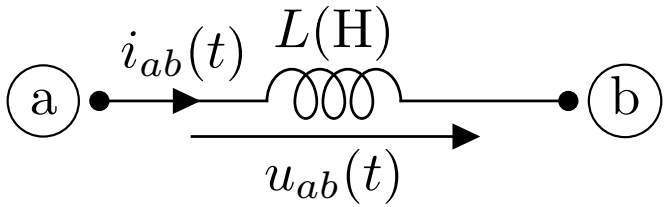
$$\Rightarrow i_{ab}(t) = C \cdot \frac{du_{ab}(t)}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt}\left(U_0 \sin(\omega t + \varphi)\right)$$
$$= C \cdot U_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot \omega = \omega C \cdot U_0 \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

$\Rightarrow$ Dòng và áp trên tụ điện *cùng tần số* và *vuông pha* với nhau

- Dòng điện qua tụ *sớm pha* 90° so với điện áp trên tụ
- Điện áp trên tụ *trễ pha* 90° so với dòng điện qua tụ

Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Điện cảm (cuộn dây)



- $i_{ab}(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta)$

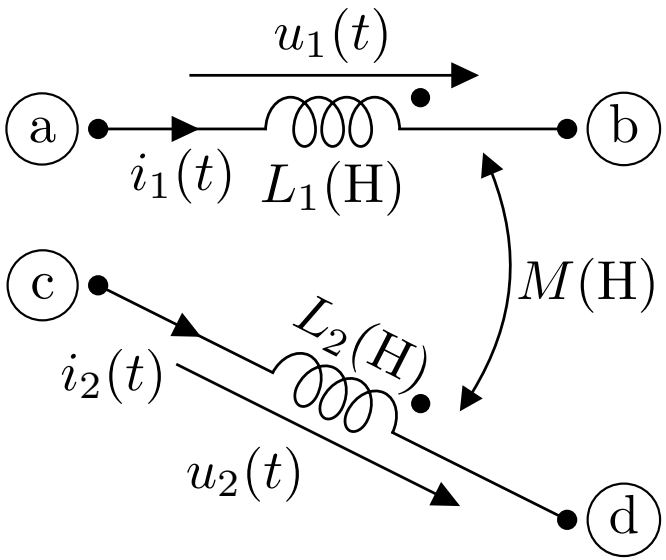
$$\Rightarrow u_{ab}(t) = L \cdot \frac{di_{ab}(t)}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt}\left(I_0 \sin(\omega t + \theta)\right)$$
$$= L \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t + \theta) \cdot \omega = \omega L \cdot I_0 \sin(\omega t + \theta + 90^\circ)$$

$\Rightarrow$ Dòng và áp trên cuộn dây *cùng tần số* và *vuông pha* với nhau

- Điện áp trên cuộn dây *sớm pha* 90° so với dòng điện
- Dòng điện trên cuộn dây *trễ pha* 90° so với điện áp

Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Hỗ cảm giữa các cuộn dây



- $i_1(t) = I_1 \sin(\omega t + \theta_1)$
- $i_2(t) = I_2 \sin(\omega t + \theta_2)$

$$\Rightarrow u_1(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow u_1(t) = \omega L_1 \cdot I_1 \sin(\omega t + \theta_1 + 90^\circ) \pm \omega M \cdot I_2 \sin(\omega t + \theta_2 + 90^\circ)$$

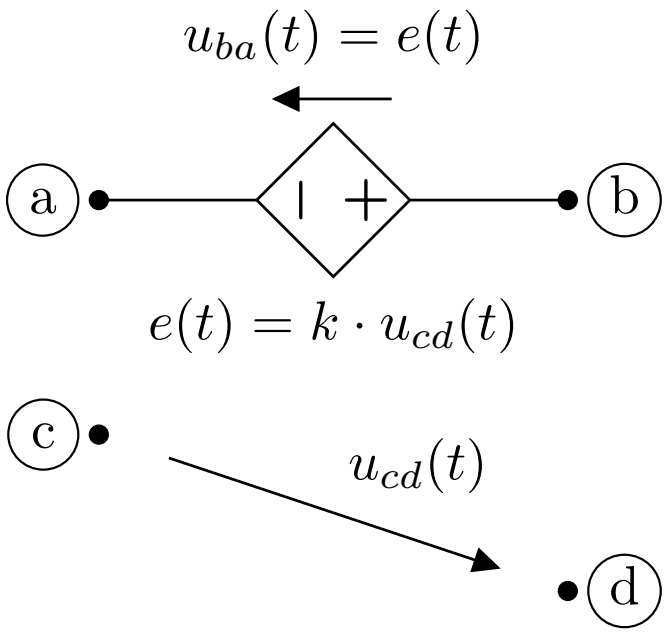
$$u_2(t) = \omega L_2 \cdot I_2 \sin(\omega t + \theta_2 + 90^\circ) \pm \omega M \cdot I_1 \sin(\omega t + \theta_1 + 90^\circ)$$

$\Rightarrow$ Dòng và áp trên các cuộn hỗ cảm *cùng tần số* và *lệch pha* nhau

- Góc lệch pha phụ thuộc vào chiều hỗ cảm và các giá trị θ_1 và θ_2

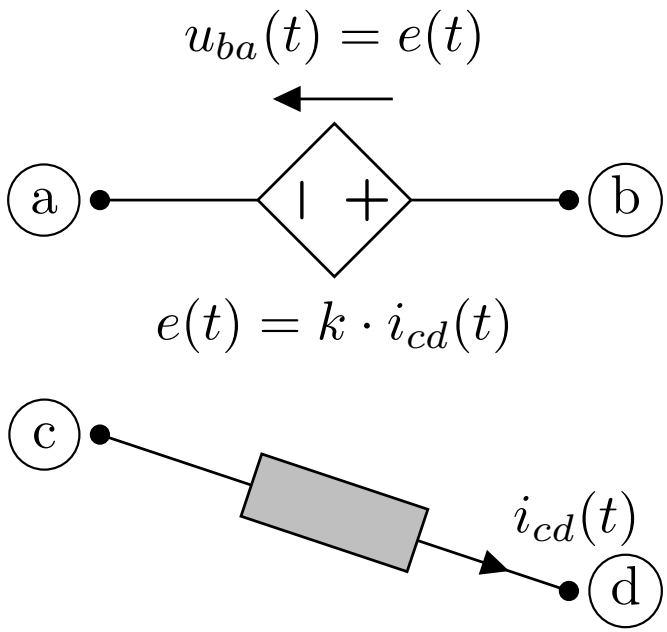
Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Nguồn áp phụ thuộc áp



$\Rightarrow$ $e(t)$ là hàm điều hoà *cùng tần số* và *cùng pha* với $u_{cd}(t)$

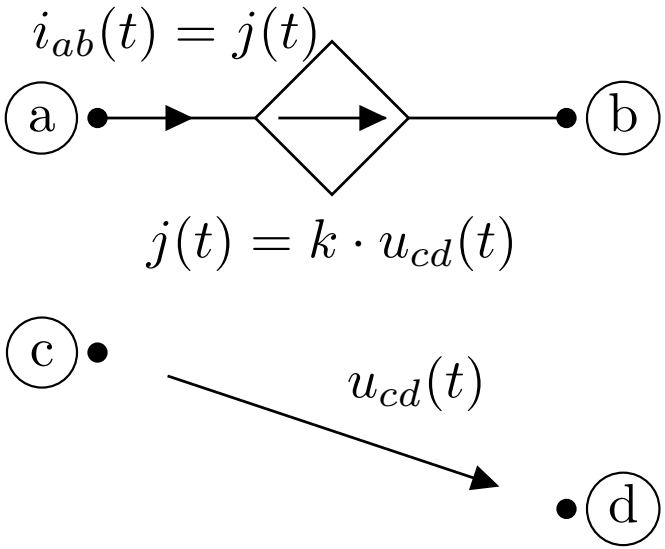
Nguồn áp phụ thuộc dòng



$\Rightarrow$ $e(t)$ là hàm điều hoà *cùng tần số* và *cùng pha* với $i_{cd}(t)$

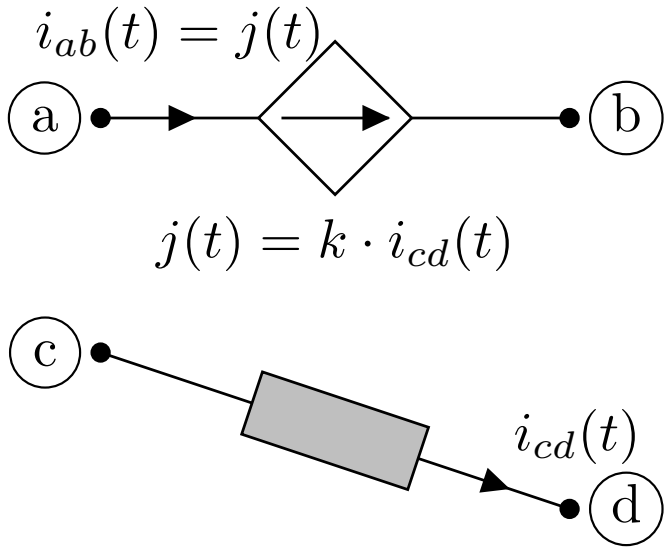
Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Nguồn dòng phụ thuộc áp



$\Rightarrow$ $j(t)$ hàm điều hoà *cùng tần số* và *cùng pha* với $u_{cd}(t)$

Nguồn dòng phụ thuộc dòng



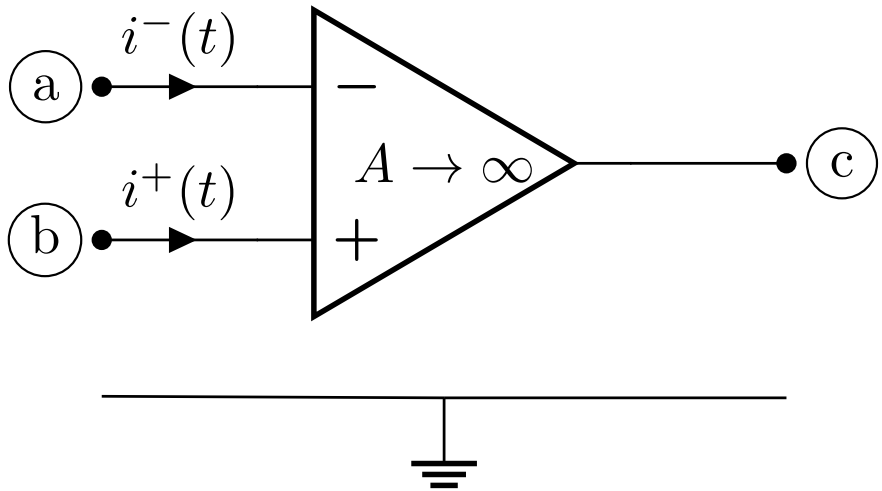
$\Rightarrow$ $j(t)$ hàm điều hoà *cùng tần số* và *cùng pha* với $i_{cd}(t)$

Phương trình đặc tính các phần tử mạch điều hoà

Khuếch đại thuật toán (op-amp)

- Các đại lượng trong mạch đều là hàm điều hoà *cùng tần số*
- *Góc pha* giữa các đại lượng phụ thuộc vào cấu trúc mạch và giá trị các phần tử
- Quan hệ đặc trưng giữ nguyên dạng tổng quát

$$\begin{cases} i^+ \approx 0;\ i^- \approx 0 \\ v_c(t) = A\left(v_b(t) - v_a(t)\right) \end{cases}$$



Op-amp lý tưởng

- Hệ số khuếch đại $A = \infty$

$$\begin{cases} i^+ = 0;\ i^- = 0 \\ v_a(t) = v_b(t) \end{cases}$$

Nội dung chương

4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
- Đại lượng xoay chiều điều hòa
- Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
- Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
- Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
- Ảnh phức của các phần tử mạch điện
- Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

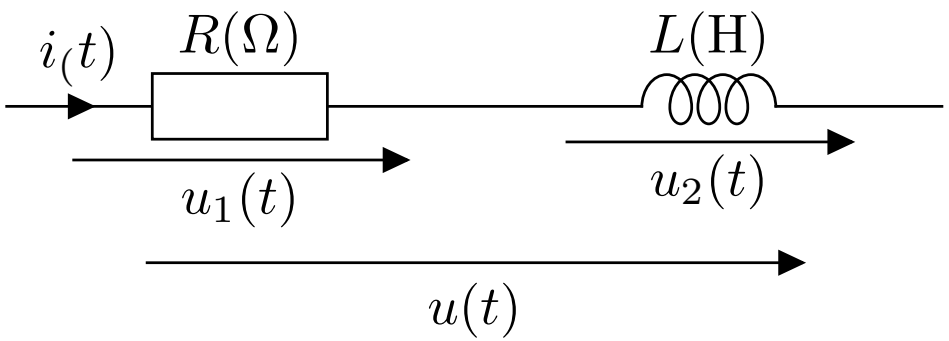
Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch điều hoà

- Hệ phương trình K1 và K2 được phát biểu tổng quát cho mọi dạng của dòng và áp

$\Rightarrow$ K1 và K2 giữ nguyên dạng $\sum i(t) = 0$ tại nút và $\sum u(t) = 0$ trên vòng với $u(t)$ và $i(t)$ là các hàm điều hoà

⚠ Tuy nhiên, tính toán trực tiếp các hàm điều hoà không đơn giản

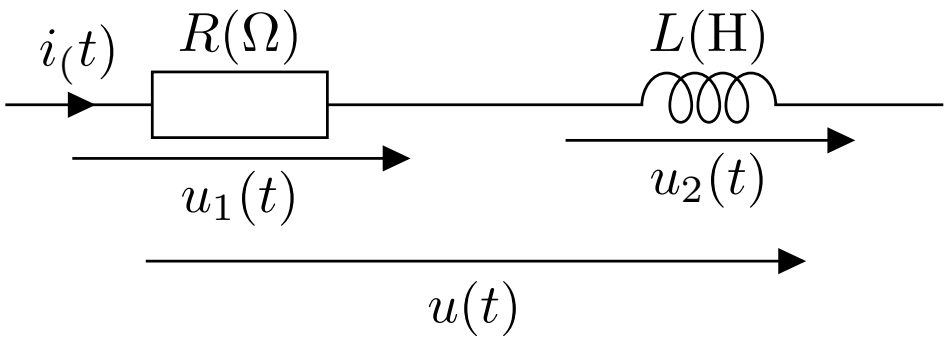
Ví dụ 4.1: Tính điện áp $u(t)$



$$i(t) = 2\sin(5t + 20°)$$
$$R = 6\,\Omega;\ L = 0{,}5\,\mathrm{H}$$

Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch điều hoà

Ví dụ 4.1: Tính điện áp $u(t)$



$$i(t) = 2\sin(5t + 20°)$$
$$R = 6\,\Omega;\ L = 0{,}5\,\mathrm{H}$$

- Phương trình K2: $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
- $u_1(t) = R \cdot i(t) = 12\sin(5t + 20°)$
- $u_2(t) = \omega L \cdot I_m \sin(\omega t + \varphi + 90°) = 5 \cdot 0{,}5 \cdot 2\sin(5t + 110°)$

$$\Rightarrow u(t) = 12\sin(5t + 20°) + 5\sin(5t + 110°)$$
$$= \sqrt{12^2 + 5^2}\left(\frac{12}{\sqrt{12^2+5^2}}\sin(5t + 20°) + \frac{5}{\sqrt{12^2+5^2}}\cos(5t + 20°)\right)$$
$$= \sqrt{12^2 + 5^2}\sin(5t + 20° + 22{,}62°) = 13\sin(5t + 42{,}62°)\ \mathrm{V}$$

Nội dung chương

4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
- Đại lượng xoay chiều điều hòa
- Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
- Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
- Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
- Ảnh phức của các phần tử mạch điện
- Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

Ý tưởng

- Tính toán hàm lượng giác khó → chuyển sang dạng dễ tính hơn

- Xét đại lượng xoay chiều $f(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$
- Nếu mọi đại lượng dòng và áp trong mạch đều là *hàm điều hoà*

⇒ Chỉ cần 3 tham số F_0, ω, và φ là **đủ để biểu diễn** $f(t)$

- Nếu các nguồn trong mạch tuyến tính đều có *cùng tần số*
  và xét thực tế rằng kỹ thuật điện coi trọng *giá trị hiệu dụng*

⇒ Chỉ cần 2 tham số $F_0/\sqrt{2}$ và φ là **đủ để biểu diễn** $f(t)$

⇒ Cần **một vector** có độ lớn $F_0/\sqrt{2}$ và góc φ

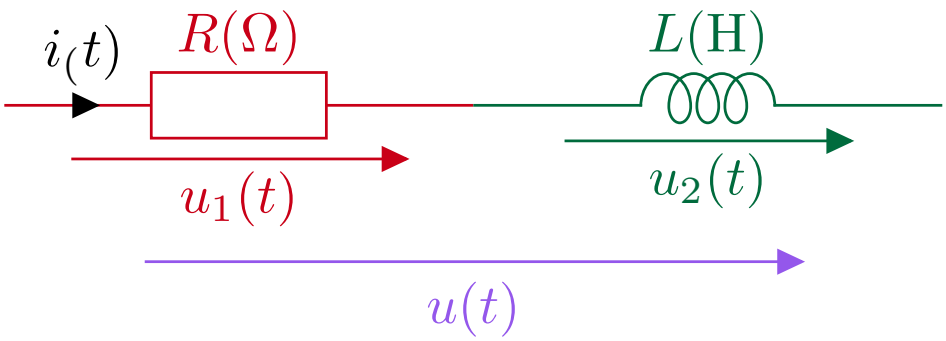
Theo ngôn ngữ đại số tuyến tính, *không gian* các đại lượng xoay chiều điều hoà cùng tần số trong mạch điện và *không gian* các vector của trị hiệu dụng và góc pha là hai không gian *đẳng cấu*.

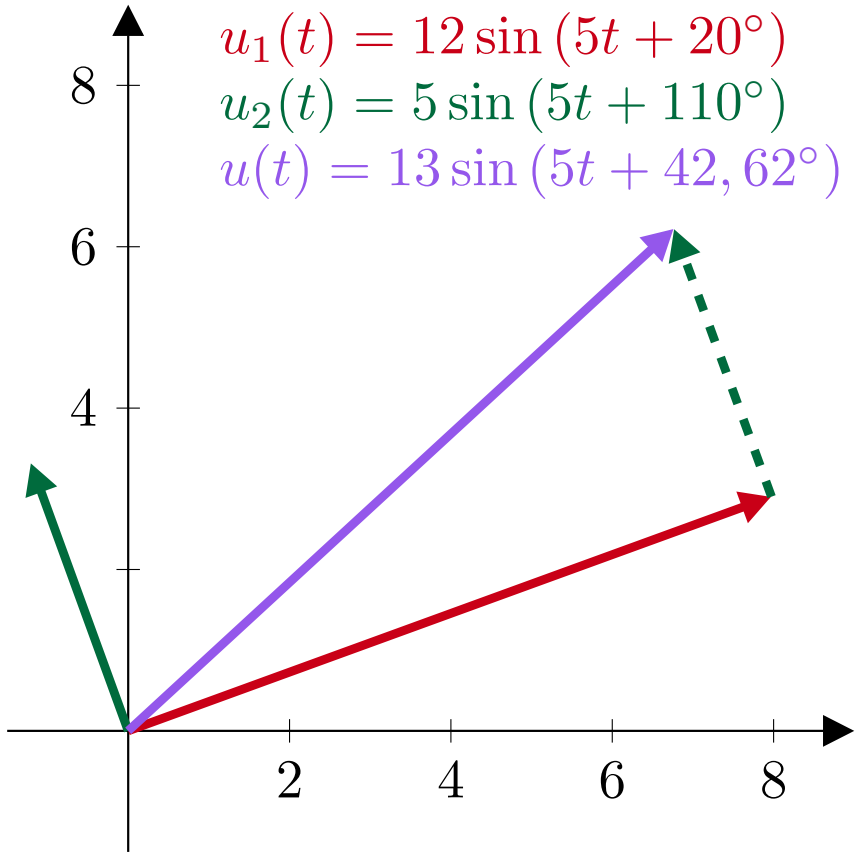
Khái niệm phasor

- Xét lại Ví dụ 4.1

  $i(t) = 2\sin(5t + 20°)$

  $R = 6\,\Omega;\ L = 0{,}5\,\mathrm{H}$





- Thao tác vector hình học với các mạch phức tạp vẫn chưa tiện

$\Rightarrow$ dùng *số phức* (Steinmetz, 1893)

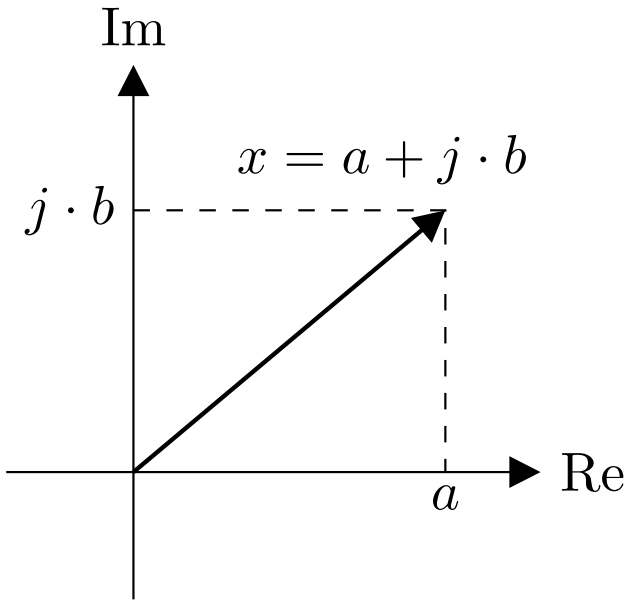
Nhắc lại về số phức

- Số phức là sự mở rộng của tập số thực bằng cách thêm vào một *thành phần ảo*

$$x = a + j \cdot b$$

trong đó (a,b) là một cặp số thực và toán tử ảo $j = \sqrt{-1}$

- Số phức có 2 thành phần $\rightarrow$ có thể biểu diễn trên *mặt phẳng phức* với *trục thực* Re và *trục ảo* Im



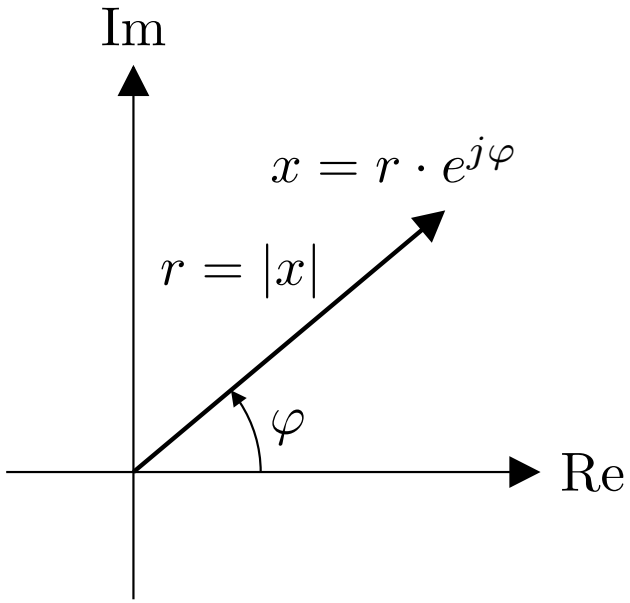
$$a = \mathrm{Re}(x)$$
$$b = \mathrm{Im}(x)$$

Nhắc lại về số phức

- Là một vector trên mặt phẳng phức → có thể viết dưới dạng *module* và *góc*

$$x = r \cdot e^{j\varphi}$$

- Module $r \geq 0$
- Quy ước chiều dương và giá trị của φ ngược chiều kim đồng hồ tính từ trục Re
- Quy ước miền xác định của φ: $[-180°,180°]$



$$r = |x| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

- Công thức Euler

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j \cdot \sin\varphi$$

Ảnh phức của đại lượng điều hoà

Khái niệm ảnh phức

- Gọi $\mathscr{P}$ là **ánh xạ** từ không gian các hàm điều hoà *cùng tần số* trên **miền thời gian** sang không gian phasor trên **miền phức**

$\Rightarrow$ **Ảnh phức** của đại lượng $f(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$ là

$$\dot{F} = \mathscr{P}(f(t)) = \frac{F_0}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = \frac{F_0}{\sqrt{2}} \angle \varphi$$

⚠ Có những định nghĩa ảnh phức theo biên độ và/hoặc hàm cos

Tính chất tuyến tính của ảnh phức

- Cho hàm $f(t) = a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t) + \ldots + a_N \cdot f_N(t)$

$$\Rightarrow \dot{F} = \mathscr{P}(f(t)) = a_1 \cdot \mathscr{P}(f_1(t)) + a_2 \cdot \mathscr{P}(f_2(t)) + \ldots + a_N \cdot \mathscr{P}(f_N(t))$$
$$= a_1 \cdot \dot{F}_1 + a_2 \cdot \dot{F}_2 + \ldots + a_N \cdot \dot{F}_N$$

Ảnh phức của đại lượng điều hoà

Ảnh phức của phép tính đạo hàm

- Cho hàm $f(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} f(t) = \omega \cdot F_0 \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

$\Rightarrow$ Ảnh phức của đạo hàm

$$\mathscr{P}\left(\frac{d}{dt} f(t)\right) = \mathscr{P}\left(\omega \cdot F_0 \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)\right) = \frac{\omega \cdot F_0}{\sqrt{2}} \underline{/\varphi + 90^\circ}$$

$$= \frac{\omega \cdot F_0}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi + 90^\circ)} = j\omega \frac{F_0}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = j\omega \frac{F_0}{\sqrt{2}} \underline{/\varphi}$$

$$= j\omega \cdot \mathscr{P}(f(t))$$

$\Rightarrow$ *Ảnh phức của đạo hàm* bằng ảnh phức của hàm *nhân với* $j\omega$

Ảnh phức của đại lượng điều hoà

Ảnh phức của phép tính tích phân

- Cho hàm $f(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow \int f(t)dt = \frac{-1}{\omega} F_0 \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

$\Rightarrow$ Ảnh phức của tích phân

$$\mathscr{P}\left(\int f(t)dt\right) = \mathscr{P}\left(\frac{-1}{\omega} F_0 \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)\right) = \frac{-F_0}{\omega\sqrt{2}}\underline{/\varphi + 90^\circ}$$

$$= \frac{-F_0}{\omega\sqrt{2}} e^{j(\varphi+90^\circ)} = \frac{-j}{\omega} \cdot \frac{F_0}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = \frac{-j}{\omega} \cdot \frac{F_0}{\sqrt{2}}\underline{/\varphi}$$

$$= \frac{1}{j\omega} \cdot \mathscr{P}(f(t))$$

$\Rightarrow$ *Ảnh phức của tích phân* bằng ảnh phức của hàm *chia cho* $j\omega$

Dùng ảnh phức tính toán các đại lượng điều hoà

Ví dụ 4.2

- Cho các dòng điện $i_1(t) = 2\sin(5t + 20°)$ A;
  $i_2(t) = 3\sin(5t + 60°)$ A; $i_3(t) = 5\sin(5t - 15°)$ A
  Tính $i_4(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$
- Phương pháp dùng ảnh phức

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$
$$= \frac{2}{\sqrt{2}}\underline{/20°} + \frac{3}{\sqrt{2}}\underline{/60°} + \frac{5}{\sqrt{2}}\underline{/-15°}$$
$$= 5{,}972\underline{/13{,}61°}\ \text{A}$$

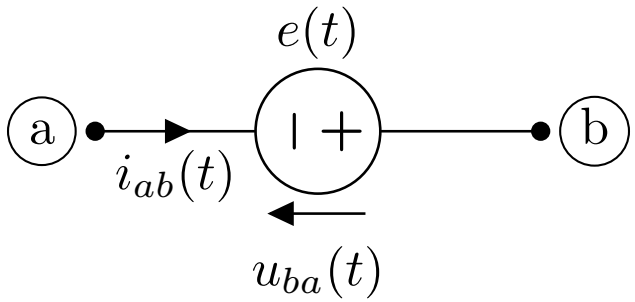
$$\Rightarrow i_4(t) = 5{,}972\sqrt{2}\sin(5t + 13{,}61°)\ \text{A}$$

Nội dung chương

4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
- Đại lượng xoay chiều điều hòa
- Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
- Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
- Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
- Ảnh phức của các phần tử mạch điện
- Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

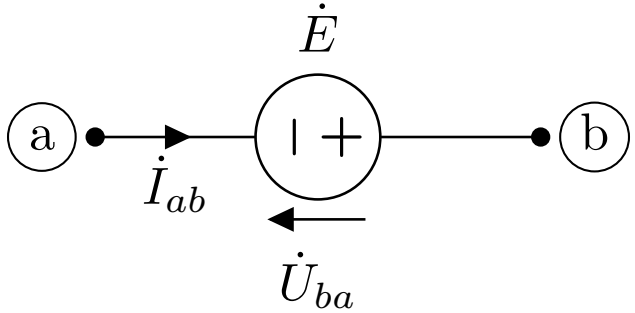
Nguồn áp độc lập

Nguồn áp độc lập trên miền thời gian



$$u_{ba}(t) = e(t) = E_0 \sin(\omega t + \varphi),\ \forall i_{ab}(t),\ \forall t$$

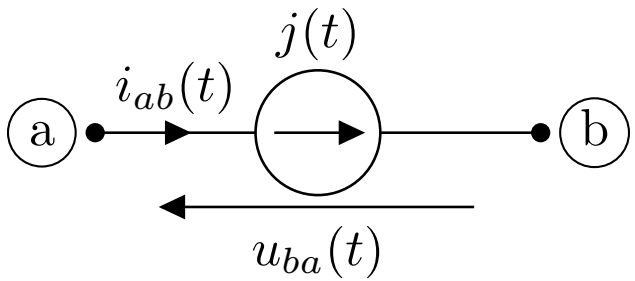
Ảnh phức của nguồn áp độc lập



$$\dot{U}_{ba} = \dot{E},\ \forall \dot{I}_{ab}$$

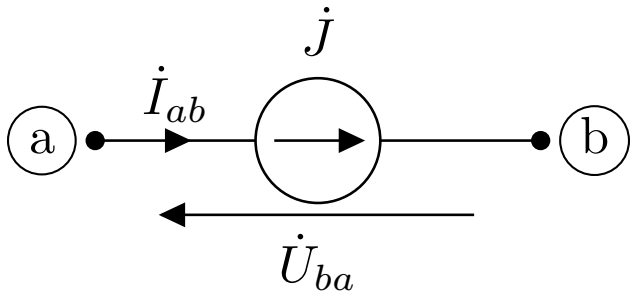
Nguồn dòng độc lập

Nguồn dòng độc lập trên miền thời gian



$$i_{ab}(t) = j(t) = J_0 \sin(\omega t + \theta),\ \forall u_{ba}(t),\ \forall t$$

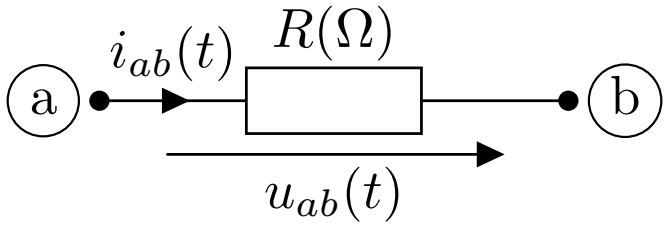
Ảnh phức của nguồn dòng độc lập



$$\dot{I}_{ab} = \dot{J},\ \forall \dot{U}_{ba}$$

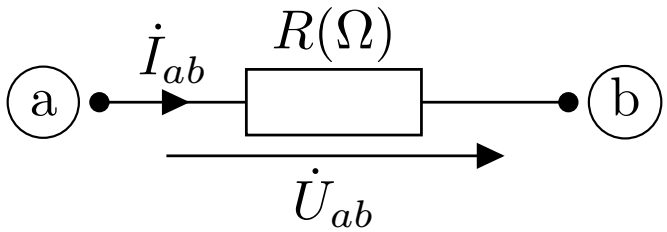
Điện trở

Điện trở (và điện dẫn) trên miền thời gian



$$u_{ab}(t) = R \cdot i_{ab}(t); \quad i_{ab}(t) = G \cdot u_{ab}(t)$$

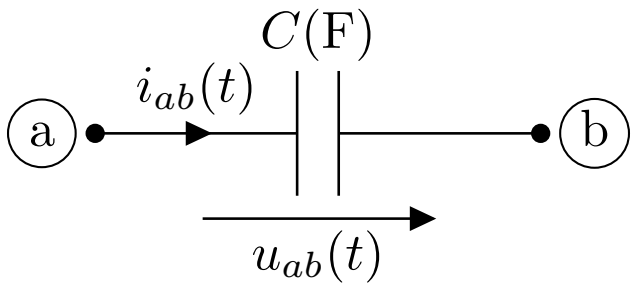
Ảnh phức của điện trở (và điện dẫn)



$$\dot{U}_{ab} = R \cdot \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_{ab} = G \cdot \dot{U}_{ab};$$

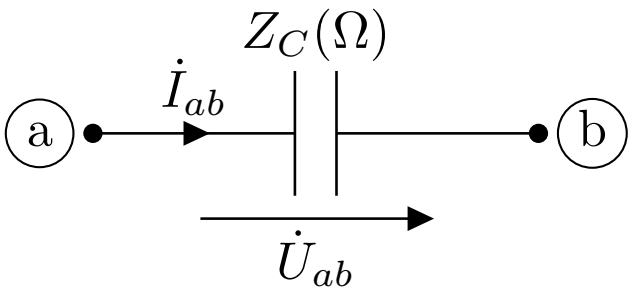
Điện dung (tụ điện)

Tụ điện trên miền thời gian



$$i_{ab}(t) = C \cdot \frac{du_{ab}(t)}{dt} = \omega C \cdot U_0 \sin\left(\omega t + \varphi + 90^\circ\right)$$

Ảnh phức của tụ điện

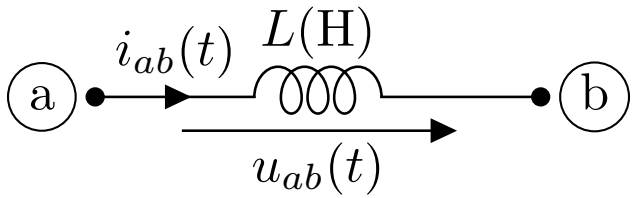


$$\dot{I}_{ab} = j\omega C \cdot \dot{U}_{ab}$$

$$\Leftrightarrow \dot{U}_{ab} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I}_{ab} = Z_C \cdot \dot{I}_{ab}$$

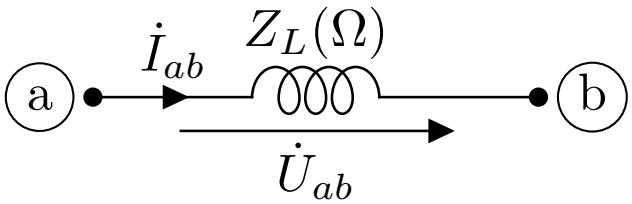
Điện cảm (cuộn dây)

Điện cảm trên miền thời gian



$$u_{ab}(t) = L \cdot \frac{di_{ab}(t)}{dt} = \omega L \cdot I_0 \sin\left(\omega t + \theta + 90^\circ\right)$$

Ảnh phức của điện cảm

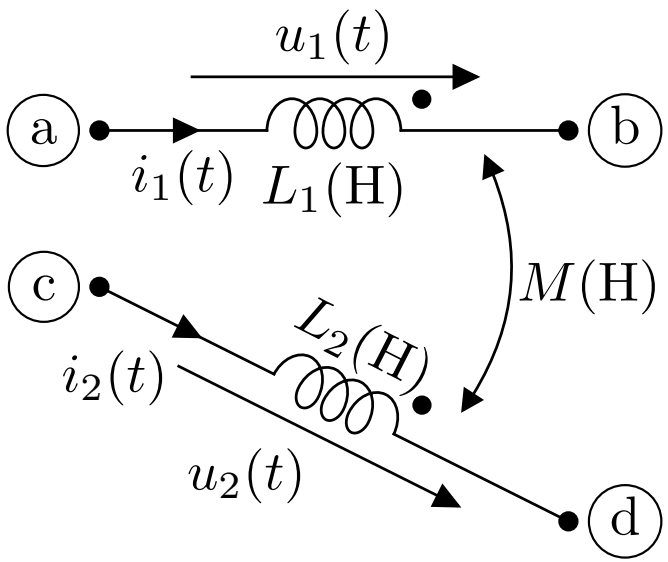


$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= j\omega L \cdot \dot{I}_{ab} \\ &= Z_L \cdot \dot{I}_{ab}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Khái niệm **trở kháng phức** Z_C và Z_L

Hỗ cảm giữa hai cuộn dây

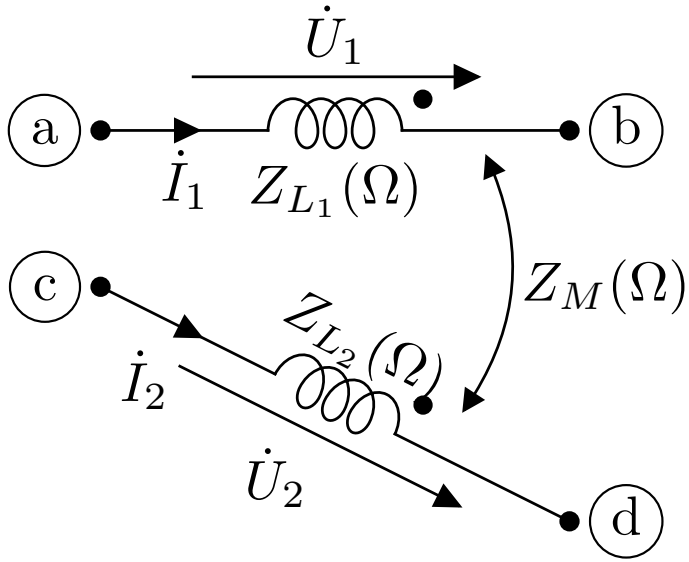
Hỗ cảm trên miền thời gian



$$u_1(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

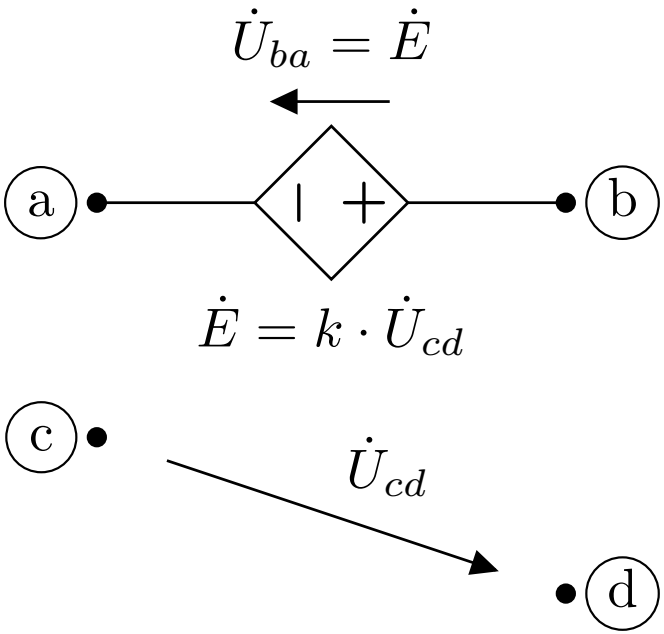
Ảnh phức của hỗ cảm



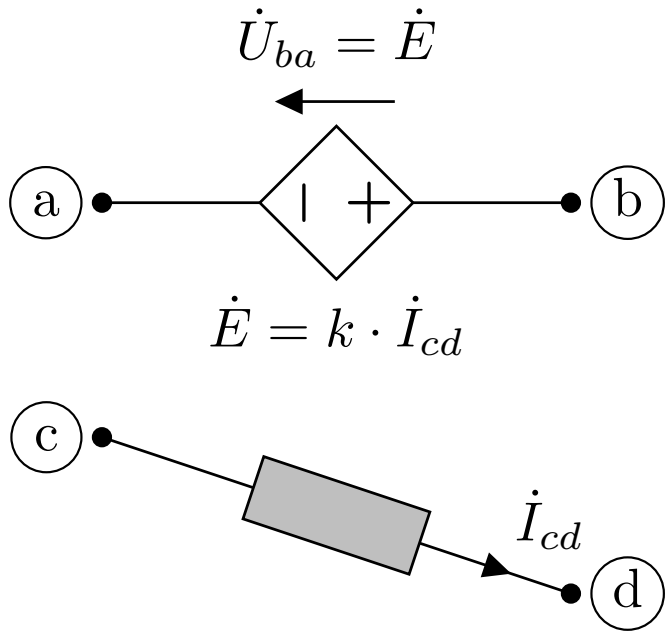
$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= j\omega L_1 \cdot \dot{I}_1 \pm j\omega M \cdot \dot{I}_2 \\ &= Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 \pm Z_M \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= j\omega L_2 \cdot \dot{I}_2 \pm j\omega M \cdot \dot{I}_1 \\ &= Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 \pm Z_M \cdot \dot{I}_1\end{aligned}$$

Ảnh phức của các nguồn phụ thuộc

Nguồn áp phụ thuộc áp

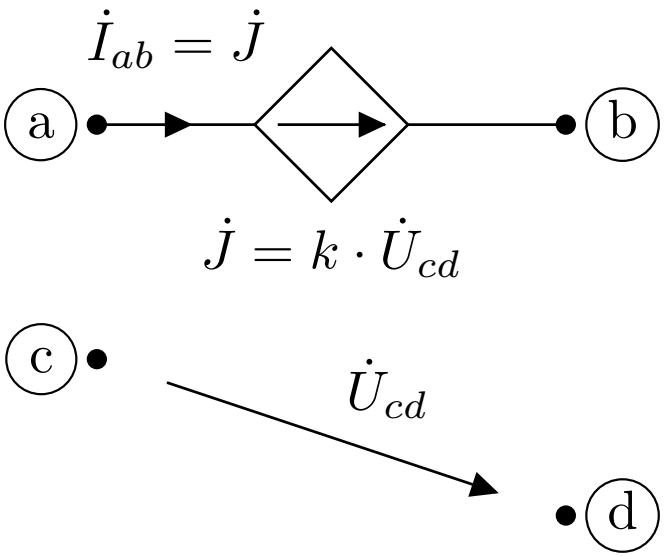


Nguồn áp phụ thuộc dòng

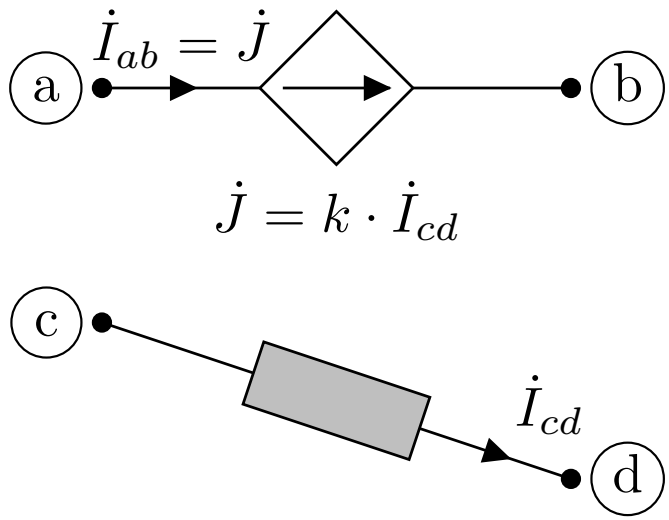


Ảnh phức của các nguồn phụ thuộc

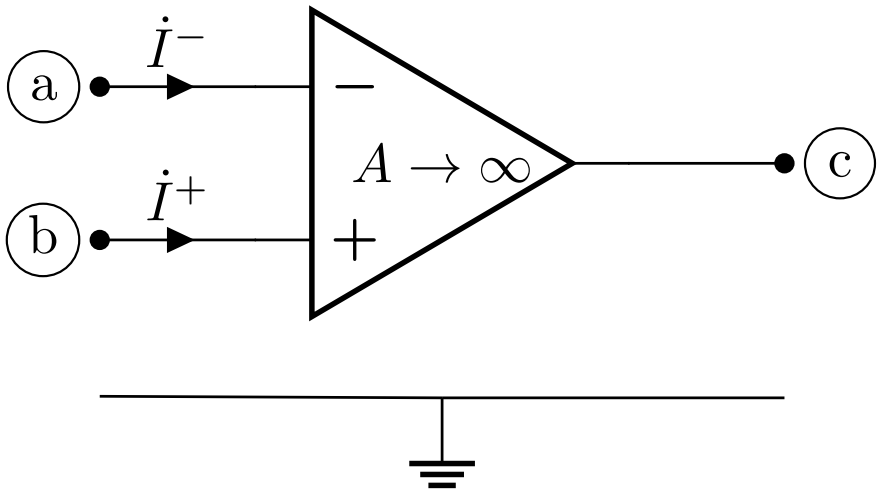
Nguồn dòng phụ thuộc áp



Nguồn dòng phụ thuộc dòng



Ảnh phức của khuếch đại thuật toán op-amp



Op-amp thực

- Quan hệ đặc trưng giữ nguyên dạng tổng quát

$$\begin{cases} \dot{I}^+ \approx 0; \ \dot{I}^- \approx 0 \\ \dot{V}_c = A\left(\dot{V}_b - \dot{V}_a\right) \end{cases}$$

Op-amp lý tưởng

- Hệ số khuếch đại $A = \infty$

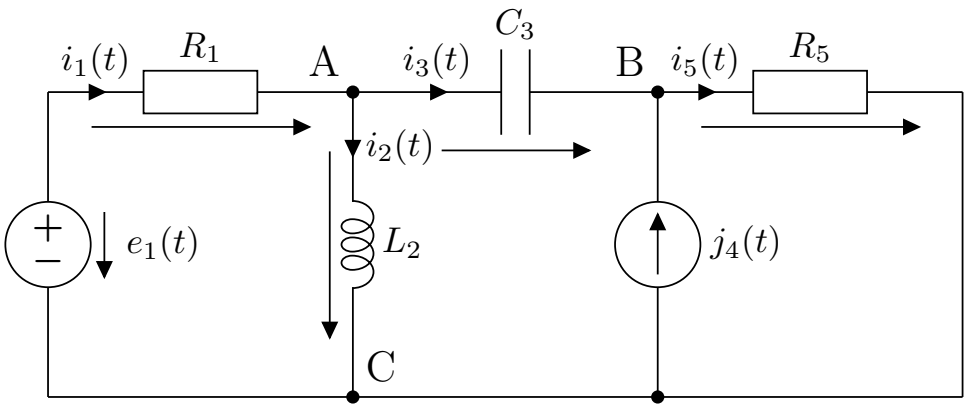
$$\begin{cases} \dot{I}^+ = 0; \ \dot{I}^- = 0 \\ \dot{V}_a = \dot{V}_b \end{cases}$$

Nội dung chương

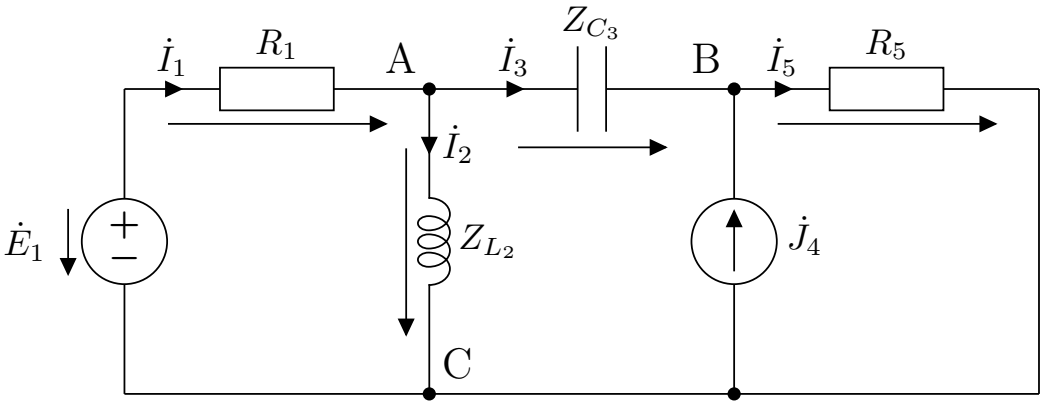
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
- Đại lượng xoay chiều điều hòa
- Phương trình đặc tính của các phần tử mạch xoay chiều điều hoà
- Hệ phương trình Kirchhoff trong mạch xoay chiều điều hòa
- Sử dụng số phức tính toán các đại lượng xoay chiều điều hòa
- Ảnh phức của các phần tử mạch điện
- Ảnh phức của mạch điện và hệ phương trình Kirchhoff

Ảnh phức của mạch điện

Mạch điện trên miền thời gian

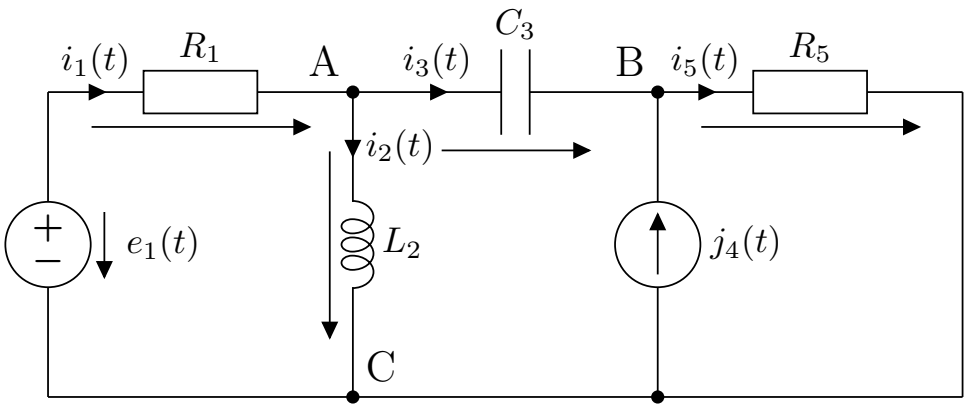


Ảnh phức của mạch điện



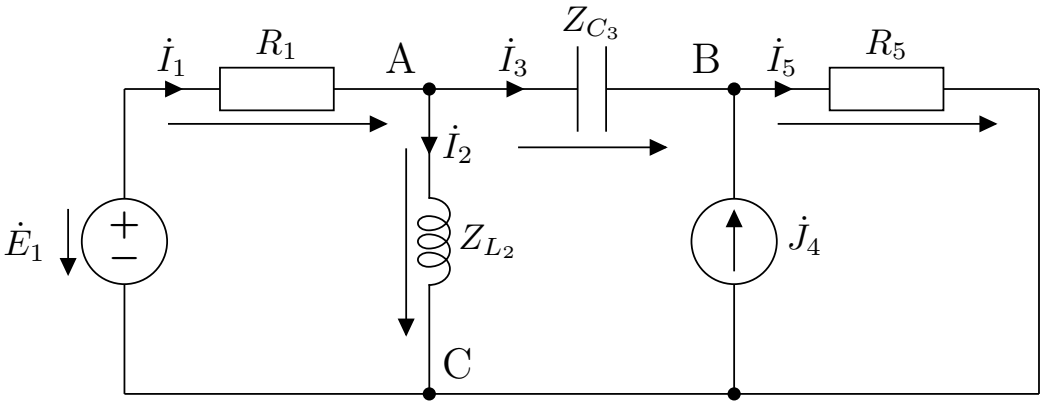
Ảnh phức của hệ phương trình Kirchhoff

Mạch điện trên miền thời gian



$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0$$
$$i_3(t) + j_4(t) - i_5(t) = 0$$
$$u_{R_1}(t) + u_{L_2}(t) - e_1(t) = 0$$
$$u_{C_3}(t) + u_{R_5}(t) - u_{L_2}(t) = 0$$

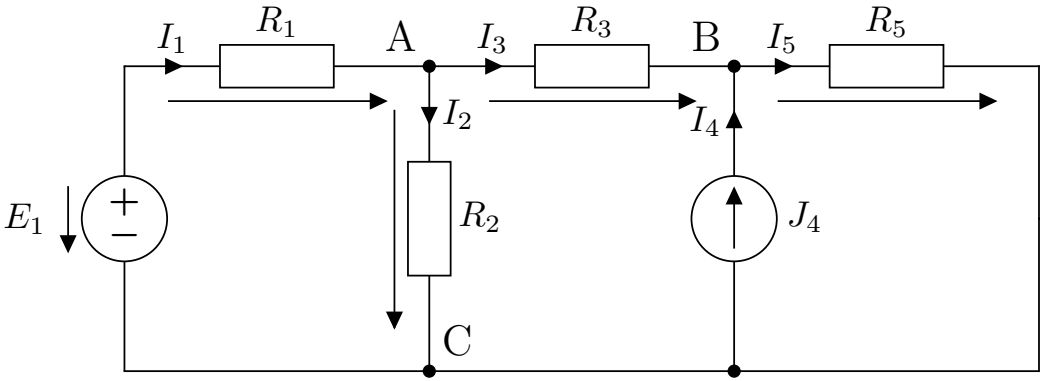
Ảnh phức của mạch điện



$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$
$$\dot{I}_3 + \dot{J}_4 - \dot{I}_5 = 0$$
$$\dot{U}_{R_1} + \dot{U}_{L_2} - \dot{E}_1 = 0$$
$$\dot{U}_{C_3} + \dot{U}_{R_5} - \dot{U}_{L_2} = 0$$

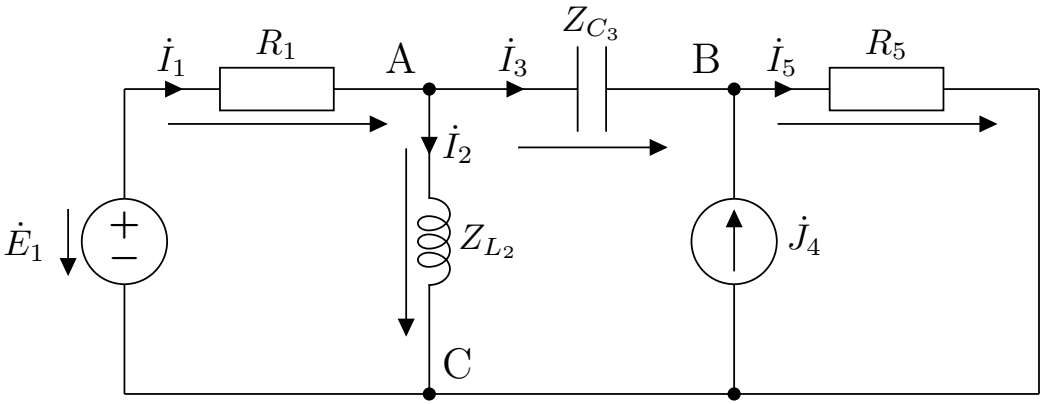
Mạch điện một chiều và ảnh phức mạch điều hoà

Mạch điện một chiều



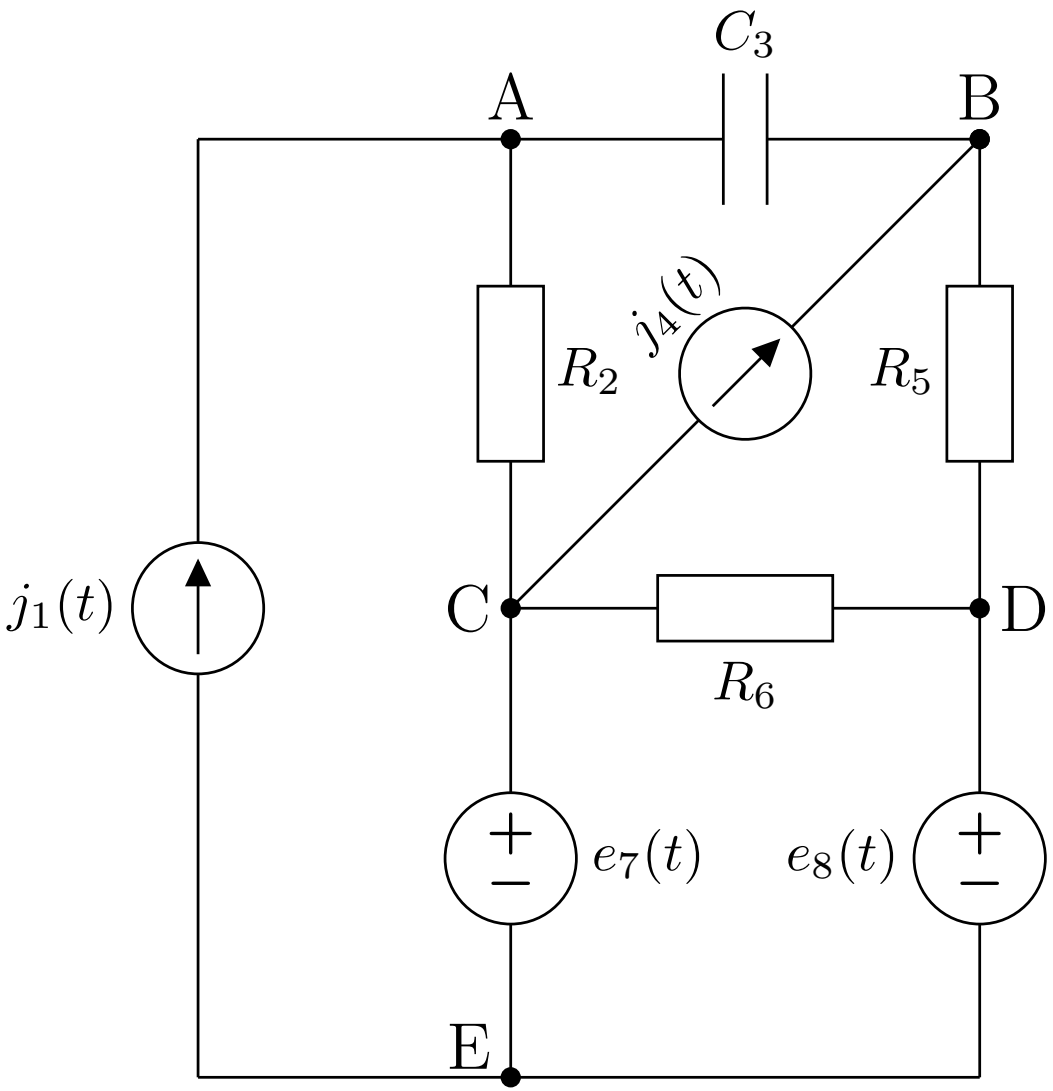
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$I_3 + J_4 - I_5 = 0$$
$$U_{R_1} + U_{R_2} - E_1 = 0$$
$$U_{R_3} + U_{R_5} - U_{R_2} = 0$$

Ảnh phức của mạch điện xoay chiều điều hoà



$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$
$$\dot{I}_3 + \dot{J}_4 - \dot{I}_5 = 0$$
$$\dot{U}_{R_1} + \dot{U}_{L_2} - \dot{E}_1 = 0$$
$$\dot{U}_{C_3} + \dot{U}_{R_5} - \dot{U}_{L_2} = 0$$

Bài tập



$j_1(t) = 2\sin 50t$ A

$j_4(t) = 3\sin(50t + 30°)$ A

$e_7(t) = 80\sin(50t - 45°)$ V

$e_8(t) = 45\sin(50t + 90°)$ V

$R_2 = 20\,\Omega$; $R_5 = 16\,\Omega$

$R_6 = 24\,\Omega$; $C_3 = 0{,}4$ mF

Tính các trở kháng

Viết các hệ phương trình Kirchhoff

Nội dung môn học

1 Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8 Mạng hai cửa
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10 Mạch điện ba pha

Nội dung chương

5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
   - Phương pháp dòng điện nhánh
   - Phương pháp dòng điện vòng
   - Phương pháp điện thế nút
   - Phương pháp tổng trở tương đương
   - Phương pháp xếp chồng
   - Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Giải mạch trên miền phức

Phương trình đặc tính trên miền thời gian

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta)$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

Ảnh phức →

Phương trình đại số tuyến tính trên miền phức

$$\dot{U} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}\angle\phi$$

$$\dot{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}\angle\theta$$

$$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L = Z_L\dot{I}_L$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_C = Z_C\dot{I}_C$$

$+ - \times \div$

$+ - \times \div$

Lời giải trên miền thời gian

$$u(t)\ ;\ i(t)$$

← Ảnh ngược

Lời giải trên miền phức

$$\dot{U}\ ;\ \dot{I}$$

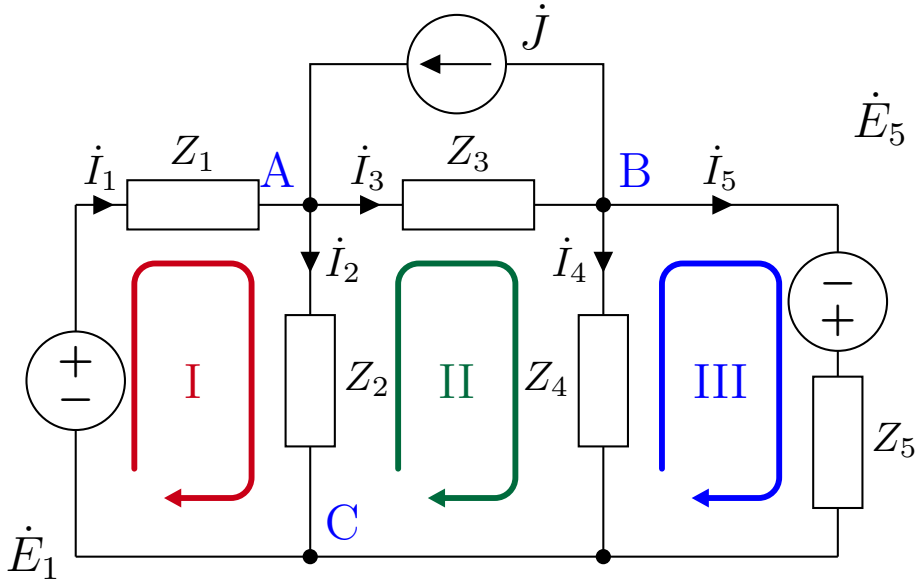
Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Phương pháp dòng điện nhánh

Ví dụ 5.1

- 5 nhánh → 5 phương trình 5 ẩn
- 3 nút → lập $3-1=2$ phương trình K1 và $5-2=3$ phương trình K2



Hệ phương trình Kirchhoff

- Nút A: $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0$
- Nút B: $\dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_5 - \dot{J} = 0$
- Vòng I: $\dot{U}_{Z_1} + \dot{U}_{Z_2} - \dot{E}_1 = 0$
- Vòng II: $-\dot{U}_{Z_2} + \dot{U}_{Z_3} + \dot{U}_{Z_4} = 0$
- Vòng III: $-\dot{U}_{Z_4} + \dot{U}_{Z_5} - \dot{E}_5 = 0$

Hệ phương trình dòng điện nhánh

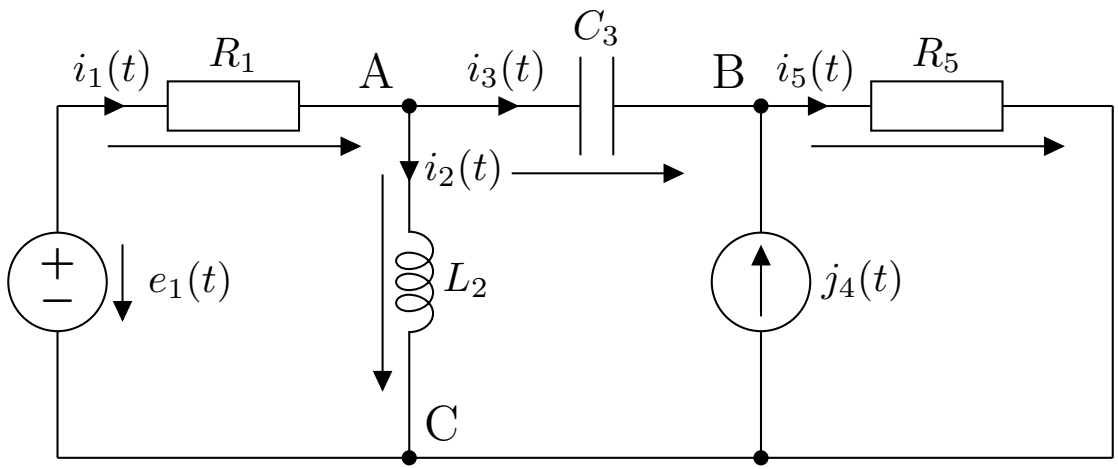
- A: $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0$
- B: $\dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_5 - \dot{J} = 0$
- I: $\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 - \dot{E}_1 = 0$
- II: $-\dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_4 Z_4 = 0$
- III: $-\dot{I}_4 Z_4 - \dot{E}_5 + \dot{I}_5 Z_5 = 0$

Phương pháp dòng điện nhánh

Ví dụ 5.2

Tính các dòng điện bằng phương pháp dòng điện nhánh

$$e_1(t) = 12\sqrt{2}\sin(10t + 20°)\,\text{V};$$
$$R_1 = 5\,\Omega;\ L_2 = 0{,}3\,\text{H};$$
$$C_3 = 0{,}02\,\text{F};\ R_5 = 8\,\Omega;$$
$$j_4(t) = \sqrt{2}\sin(10t - 15°)\,\text{A}.$$



Phương pháp dòng điện nhánh

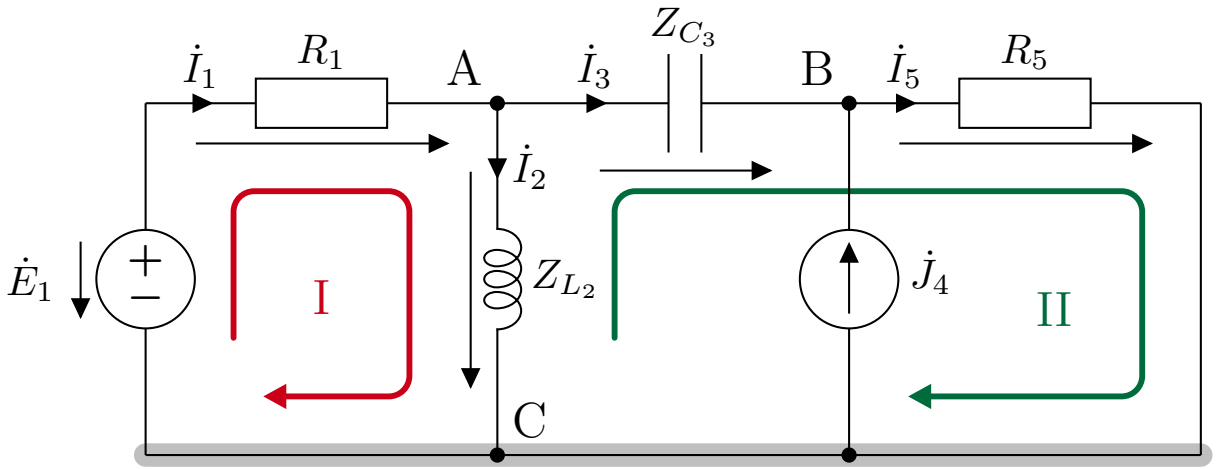
Ví dụ 5.2: chuyển sang miền phức

$\dot{E}_1 = 12\angle 20°\,\text{V};$

$R_1 = 5\,\Omega;\ Z_{L_2} = j3\,\Omega;$

$Z_{C_3} = -j5\,\Omega;\ R_5 = 8\,\Omega;$

$\dot{J}_4 = 1\angle -15°\,\text{A}.$



Hệ phương trình Kirchhoff

- $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$
- $\dot{I}_3 - \dot{I}_5 + \dot{J} = 0$
- $\dot{U}_{R_1} + \dot{U}_{L_2} - \dot{E}_1 = 0$
- $\dot{U}_{C_3} + \dot{U}_{R_5} - \dot{U}_{L_2} = 0$

Hệ phương trình dòng điện nhánh

- $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$
- $\dot{I}_3 - \dot{I}_5 + \dot{J} = 0$
- $R_1\dot{I}_1 + Z_{L_2}\dot{I}_2 - \dot{E}_1 = 0$
- $Z_{C_3}\dot{I}_3 + R_5\dot{I}_5 - Z_{L_2}\dot{I}_2 = 0$

Phương pháp dòng điện nhánh

Dạng ma trận của hệ phương trình

- Thay $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ và $\dot{I}_5 = \dot{I}_3 + \dot{J}$ vào vòng I và II

$$\begin{bmatrix} R_1 + Z_{L_2} & R_1 \\ -Z_{L_2} & R_5 + Z_{C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ -R_5 \dot{J} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 5 + j3 & 5 \\ -j3 & 8 - j5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\underline{/20^\circ} \\ -8\underline{/-15^\circ} \end{bmatrix}$$

- Giải bằng phương pháp Gauss hoặc Cramer

$$\dot{I}_1 = 1{,}6405\underline{/-22{,}25^\circ} \quad \Rightarrow i_1(t) = 1{,}6405\sqrt{2}\sin(10t - 22{,}25^\circ)\ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 2{,}6988\underline{/-27{,}07^\circ} \quad \Rightarrow i_2(t) = 2{,}6988\sqrt{2}\sin(10t - 27{,}07^\circ)\ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = 1{,}0730\underline{/145{,}55^\circ} \quad \Rightarrow i_3(t) = 1{,}0730\sqrt{2}\sin(10t + 145{,}55^\circ)\ \text{A}$$

$$\dot{I}_5 = 0{,}3575\underline{/76{,}88^\circ} \quad \Rightarrow i_5(t) = 0{,}3575\sqrt{2}\sin(10t + 76{,}88^\circ)\ \text{A}$$

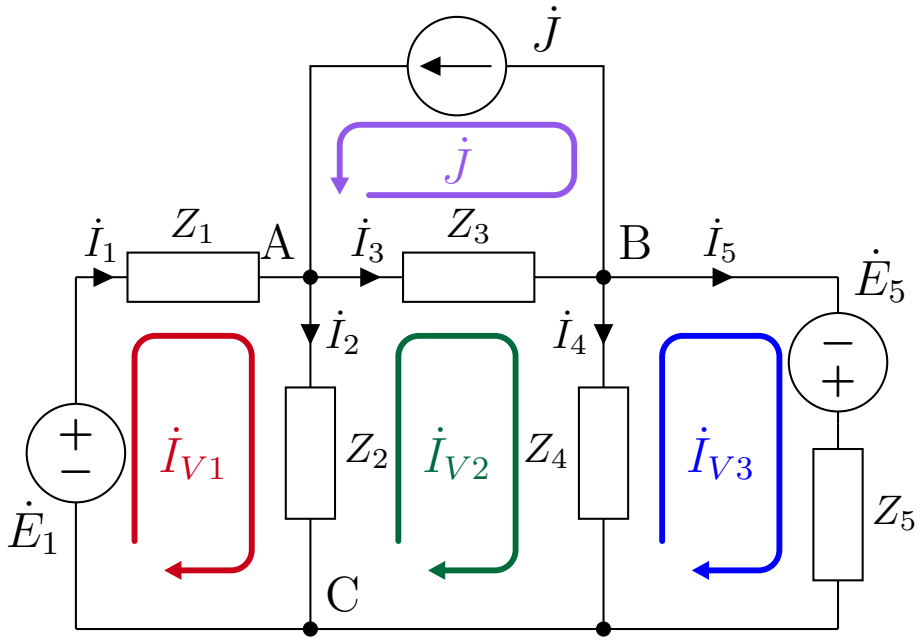
Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 5.3

- Mạch có 5 nhánh và 3 nút → có $5-3+1=3$ vòng độc lập
- Quy ước 3 dòng điện vòng và vòng xả nguồn dòng



Hệ phương trình dòng nhánh ở các vòng theo định luật K2

- Vòng 1: $\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 - \dot{E}_1 = 0$
- Vòng 2: $-\dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_4 Z_4 = 0$
- Vòng 3: $-\dot{I}_4 Z_4 + \dot{I}_5 Z_5 - \dot{E}_5 = 0$

Quan hệ dòng nhánh và dòng vòng

- $\dot{I}_1 = \dot{I}_{V1};\ \ \dot{I}_2 = \dot{I}_{V1} - \dot{I}_{V2}$
- $\dot{I}_3 = \dot{I}_{V2} + \dot{J};\ \ \dot{I}_4 = \dot{I}_{V2} - \dot{I}_{V3}$
- $\dot{I}_5 = \dot{I}_{V3}$

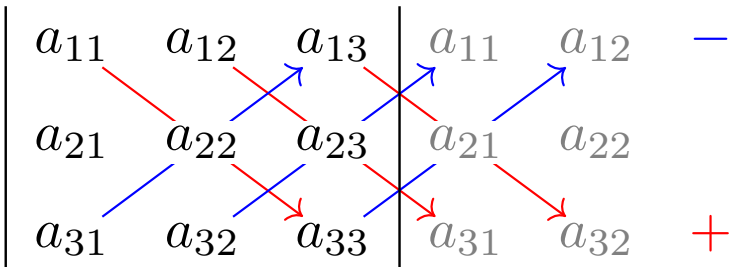
Phương pháp dòng điện vòng

$\Rightarrow$ Hệ phương trình dòng điện vòng dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 & 0 \\ -Z_2 & Z_2+Z_3+Z_4 & -Z_4 \\ 0 & -Z_4 & Z_4+Z_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \\ \dot{I}_{V3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ -Z_3\dot{J} \\ \dot{E}_5 \end{bmatrix}$$

Bổ túc: Quy tắc Sarrus tính định thức 3×3

- Với ma trận $A^{3\times3}$



$\Rightarrow$ Định thức của ma trận

$$\begin{aligned} \det A = {} & a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} \\ & + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} \\ & - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12} \end{aligned}$$

⚠ Quy tắc này KHÔNG đúng với các định thức bậc ≥ 4

Phương pháp dòng điện vòng

Ví dụ 5.4

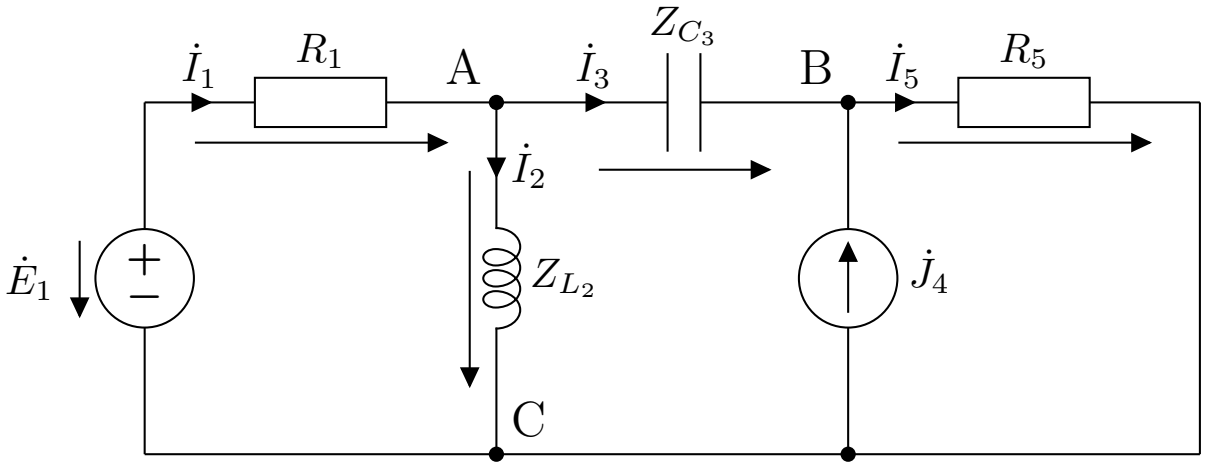
Giải mạch bằng phương pháp dòng điện vòng

$\dot{E}_1 = 12\angle 20°$ V;

$R_1 = 5\,\Omega$; $Z_{L_2} = j3\,\Omega$;

$Z_{C_3} = -j5\,\Omega$; $R_5 = 8\,\Omega$;

$\dot{J}_4 = 1\angle -15°$ A.



Hệ phương trình dòng nhánh ở các vòng theo định luật K2

- $R_1\dot{I}_1 + Z_{L2}\dot{I}_2 - \dot{E}_1 = 0$
- $Z_{C_3}\dot{I}_3 + R_5\dot{I}_5 - Z_{L_2}\dot{I}_2 = 0$

Quan hệ dòng nhánh và dòng vòng

- $\dot{I}_1 = \dot{I}_{V1}$; $\dot{I}_2 = \dot{I}_{V1} - \dot{I}_{V2}$
- $\dot{I}_3 = \dot{I}_{V2}$; $\dot{I}_5 = \dot{I}_{V2} + \dot{J}$

Phương pháp dòng điện vòng

Hệ phương trình dòng điện vòng dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} R_1 + Z_{L_2} & -Z_{L_2} \\ -Z_{L_2} & Z_{L_2} + Z_{C_3} + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ -R_5 \dot{J} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 5 + j3 & -j3 \\ -j3 & 8 - j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\angle 20° \\ -8\angle -15° \end{bmatrix}$$

- Giải hệ bằng các phương pháp đại số

$\dot{I}_{V1} = 1{,}6403\angle -22{,}25°$ A

$\dot{I}_{V2} = 1{,}0730\angle 145{,}55°$ A

$\Rightarrow$ Tính ra các dòng điện nhánh và các đại lượng khác

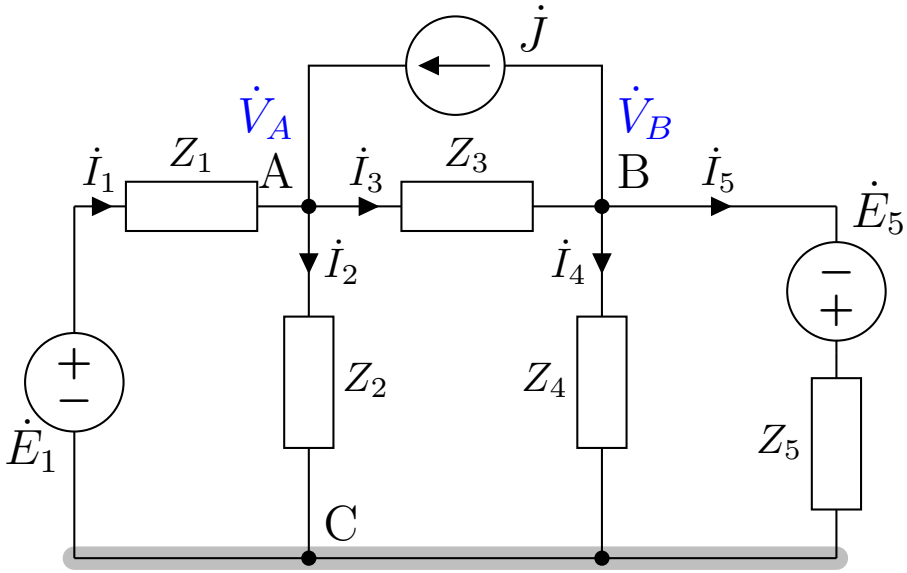
Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 5.5

- Mạch có 3 nút $\rightarrow 3-1=2$ phương trình theo luật K1
- Chọn điểm C làm *đất*
- Ẩn số là điện thế $\dot{V}_A$ và $\dot{V}_B$



Hệ phương trình K1

- Nút A: $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{U}_{Z1}}{Z_1} - \frac{\dot{U}_{Z2}}{Z_2} - \frac{\dot{U}_{Z3}}{Z_3} = -\dot{J}$$

- Nút B: $\dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_5 - \dot{J} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{U}_{Z3}}{Z_3} - \frac{\dot{U}_{Z4}}{Z_4} - \frac{\dot{U}_{Z5}}{Z_5} = \dot{J}$$

Hệ phương trình điện thế nút

- $\dfrac{-\dot{V}_A + \dot{E}_1}{Z_1} - \dfrac{\dot{V}_A}{Z_2} - \dfrac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_3} = -\dot{J}$
- $\dfrac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_3} - \dfrac{\dot{V}_B}{Z_4} - \dfrac{\dot{V}_B + \dot{E}_5}{Z_5} = \dot{J}$

Phương pháp điện thế nút

Ví dụ 5.6

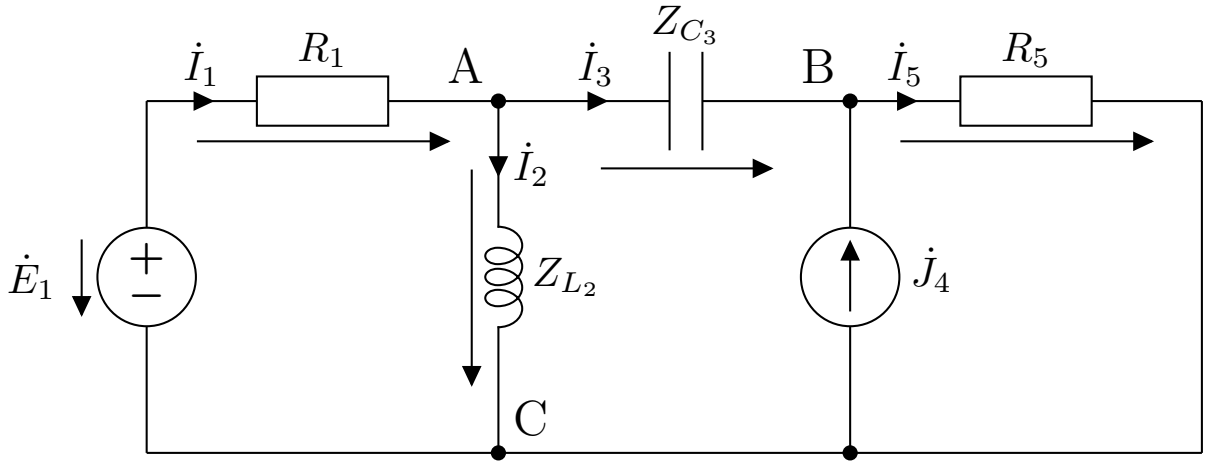
Giải mạch dưới đây bằng phương pháp điện thế nút

$\dot{E}_1 = 12\angle 20°$ V;

$R_1 = 5\,\Omega$; $Z_{L_2} = j3\,\Omega$;

$Z_{C_3} = -j5\,\Omega$; $R_5 = 8\,\Omega$;

$\dot{J}_4 = 1\angle -15°$ A.



Hệ phương trình K1

- $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$
- $\dot{I}_3 - \dot{I}_5 + \dot{J}_4 = 0$

Hệ phương trình điện thế nút

- $\dfrac{-\dot{V}_A + \dot{E}_1}{R_1} - \dfrac{\dot{V}_A}{Z_{L2}} - \dfrac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_{C3}} = 0$
- $\dfrac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_{C3}} - \dfrac{\dot{V}_B}{R_5} + \dot{J}_4 = 0$

Phương pháp điện thế nút

Hệ phương trình điện thế nút dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{Z_{L_2}}+\frac{1}{Z_{C_3}} & -\frac{1}{Z_{C_3}} \\ -\frac{1}{Z_{C_3}} & \frac{1}{R_5}+\frac{1}{Z_{C_3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}_1}{R_1} \\ \dot{J}_4 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{5}+\frac{1}{j3}+\frac{1}{-j5} & -\frac{1}{-j5} \\ -\frac{1}{-j5} & \frac{1}{8}+\frac{1}{-j5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}4\underline{/20^\circ} \\ 1\underline{/-15^\circ} \end{bmatrix}$$

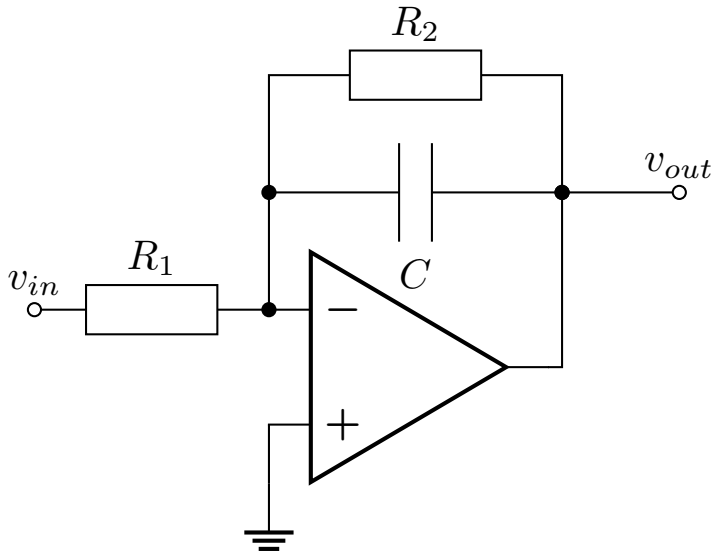
- Giải hệ bằng các phương pháp đại số

$\dot{V}_A = 8{,}0964\underline{/62{,}93^\circ}\ \text{V}$

$\dot{V}_B = 2{,}8603\underline{/76{,}88^\circ}\ \text{V}$

Phương pháp điện thế nút

Xét mạch khuếch đại thuật toán op-amp



Bài tập:
Nhìn lời giải, nhận xét tính chất của mạch.

Op-amp lý tưởng

- Dòng vào lý tưởng bằng 0

$\Rightarrow \dot{I}^+ = 0;\ \dot{I}^- = 0$

- Hệ số khuếch đại lý tưởng bằng ∞

$\Rightarrow \dot{V}^+ = \dot{V}^-$

$$\dot{I}_{R1} - \dot{I}_{R2} - \dot{I}_C = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{V}_{in}}{R_1} + \frac{\dot{V}_{out}}{R_2} + \frac{\dot{V}_{out}}{Z_C} = 0$$

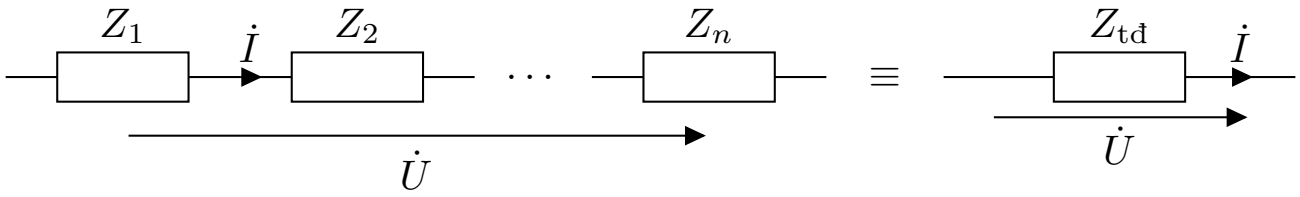
$$\Leftrightarrow \dot{V}_{out} = -\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + j\omega C}\dot{V}_{in}$$

Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

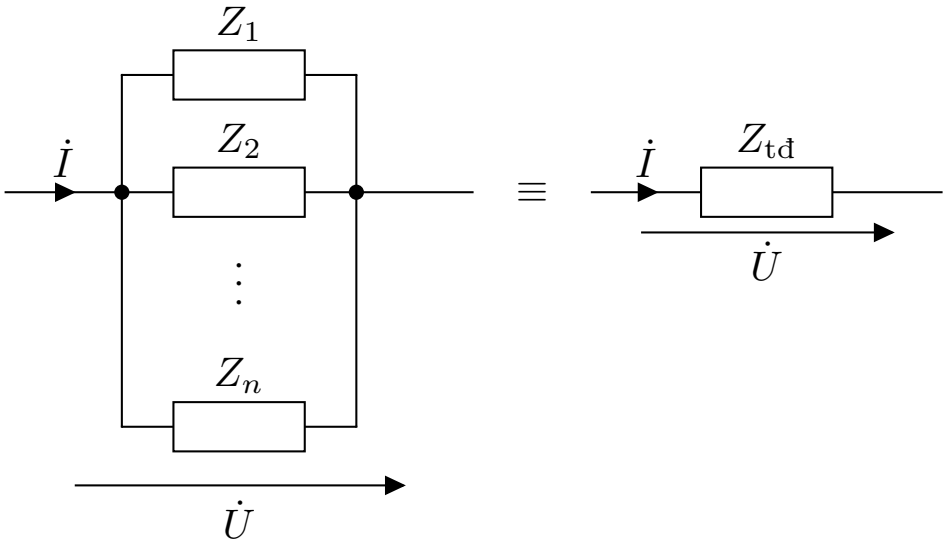
Phương pháp tổng trở tương đương

Mạch nối tiếp: trở kháng tương đương bằng trở kháng tổng



$$Z_{\text{tđ}} = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$$

Mạch song song: dẫn nạp tương đương bằng dẫn nạp tổng

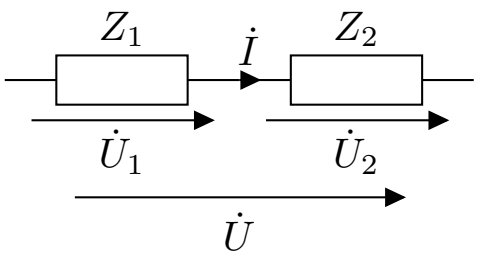


$$Y_{\text{tđ}} = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{Z_{\text{tđ}}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}$$

Phương pháp tổng trở tương đương

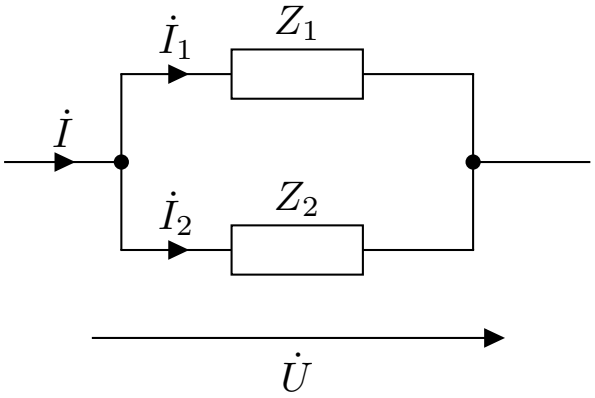
Công thức phân áp



- Tổng quát $\dot{U}_k = \dfrac{Z_k}{\sum_{i=1}^{n} Z_i} \cdot \dot{U}$
- Trường hợp 2 phần tử (phổ biến)

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot \dot{U}; \quad \dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot \dot{U}$$

Công thức chia dòng

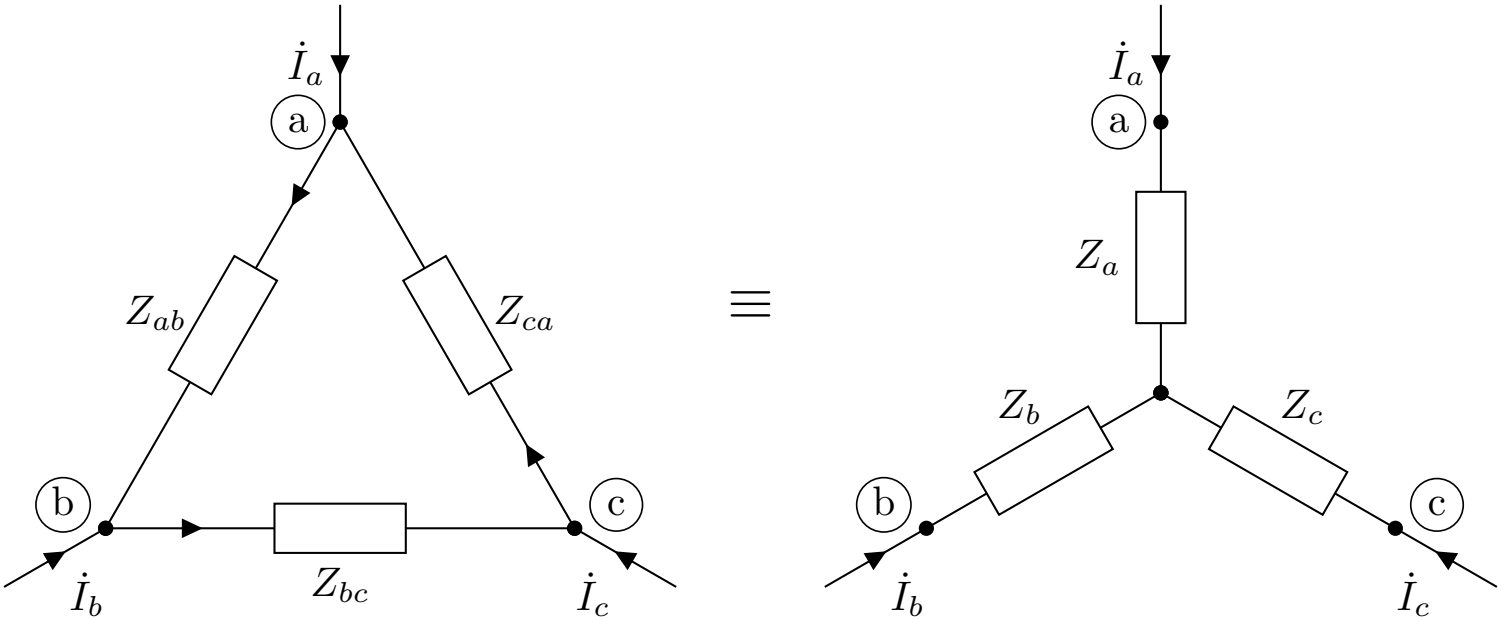


- Tổng quát $\dot{I}_k = \dfrac{Y_k}{\sum_{i=1}^{n} Y_i} \cdot \dot{I}$
- Trường hợp 2 phần tử (phổ biến)

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot \dot{I}; \quad \dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot \dot{I}$$

Phương pháp tổng trở tương đương

Biến đổi sao – tam giác



$$\text{Y} \to \Delta: \quad Z_{ab} = Z_a + Z_b + \frac{Z_a \cdot Z_b}{Z_c}$$

$$Z_{bc} = Z_b + Z_c + \frac{Z_b \cdot Z_c}{Z_a}$$

$$Z_{ca} = Z_c + Z_a + \frac{Z_c \cdot Z_a}{Z_b}$$

$$\Delta \to \text{Y}: \quad Z_a = \frac{Z_{ca} \cdot Z_{ab}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

$$Z_b = \frac{Z_{ab} \cdot Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

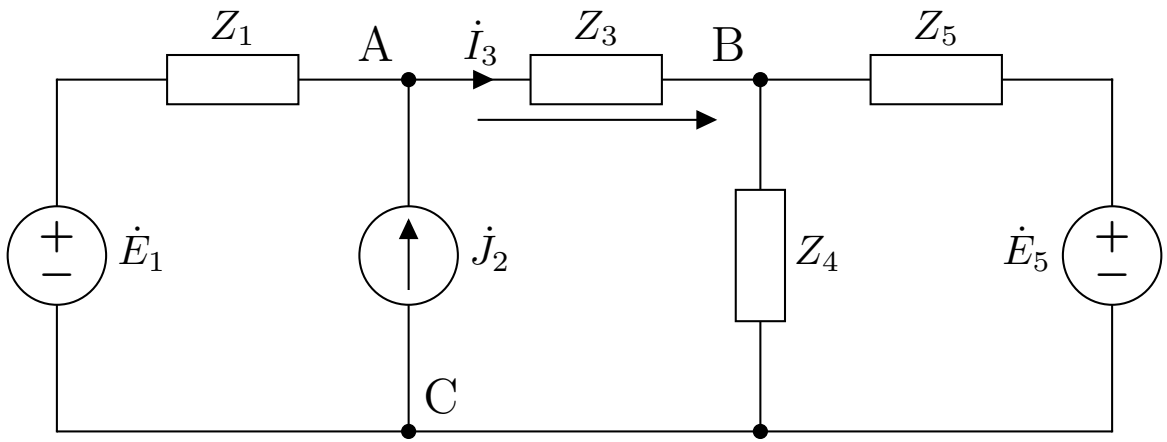
$$Z_c = \frac{Z_{bc} \cdot Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 5.7: Tính dòng $\dot{I}_3$ bằng phương pháp xếp chồng

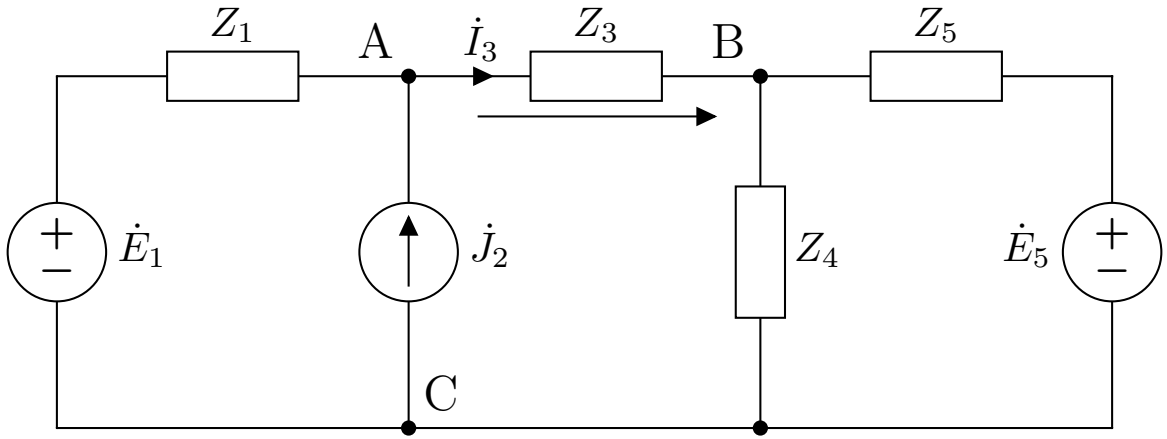


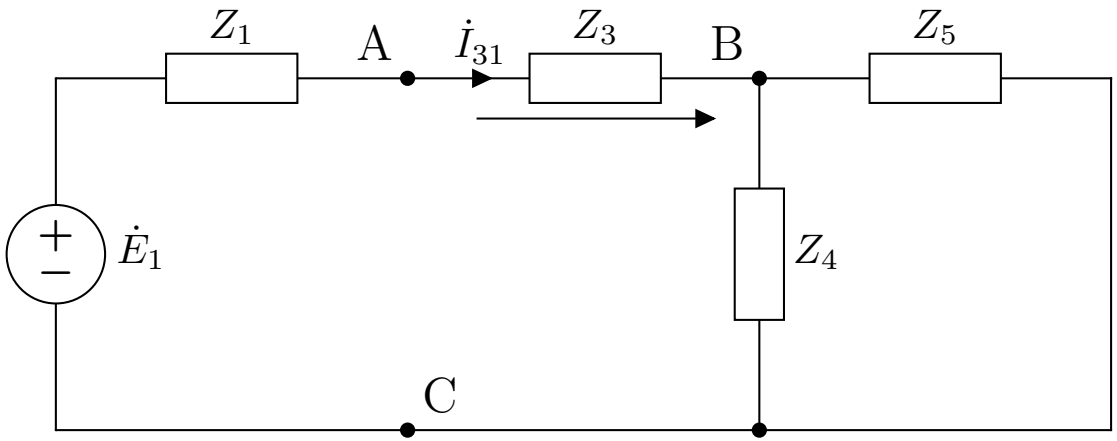
Cách giải

- $\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} + \dot{I}_{32} + \dot{I}_{35}$
- $\dot{I}_{31}$ là dòng qua Z_3 khi chỉ có nguồn $\dot{E}_1$ tác động, nguồn $\dot{J}_2$ và $\dot{E}_5$ tắt
- $\dot{I}_{32}$ là dòng qua Z_3 khi chỉ có nguồn $\dot{J}_2$ tác động, nguồn $\dot{E}_1$ và $\dot{E}_5$ tắt
- $\dot{I}_{35}$ là dòng qua Z_3 khi chỉ có nguồn $\dot{E}_5$ tác động, nguồn $\dot{J}_2$ và $\dot{E}_1$ tắt

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 5.7: Tính dòng $\dot{I}_3$ bằng phương pháp xếp chồng





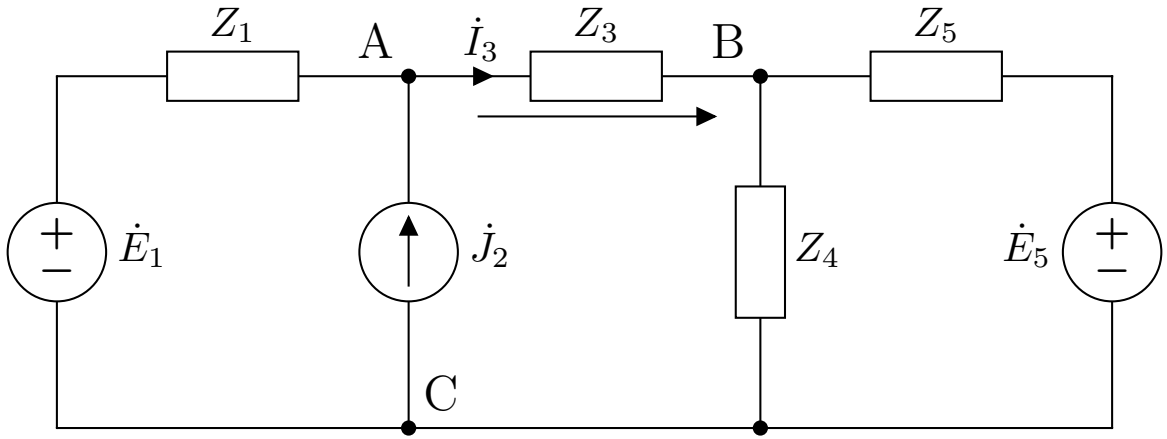
Thành phần $\dot{I}_{31}$

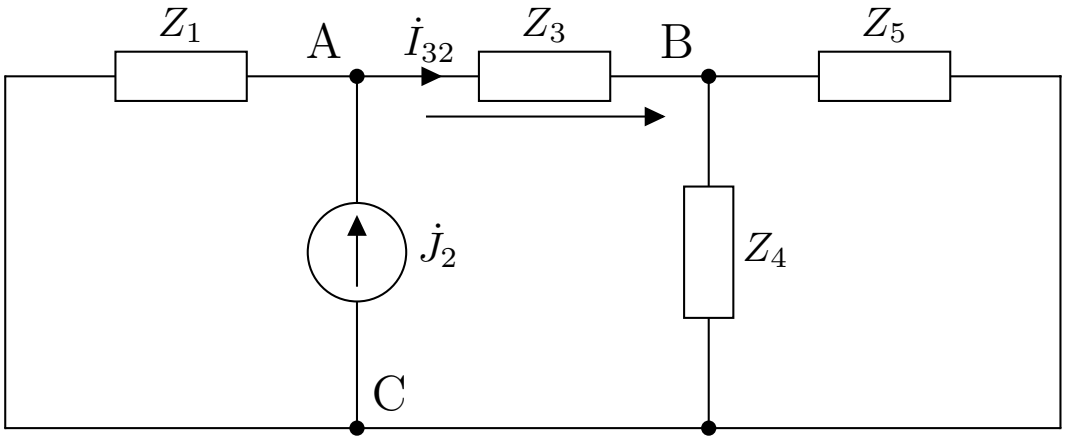
$$Z_{\text{tđ}} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

$$\dot{I}_{31} = \frac{\dot{E}_1}{Z_{\text{tđ}}}$$

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 5.7: Tính dòng $\dot{I}_3$ bằng phương pháp xếp chồng





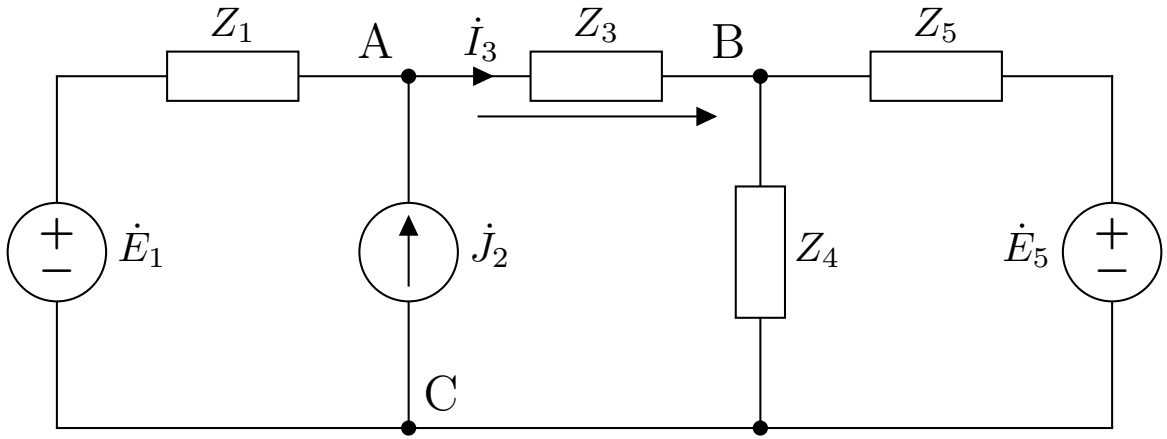
Thành phần $\dot{I}_{32}$

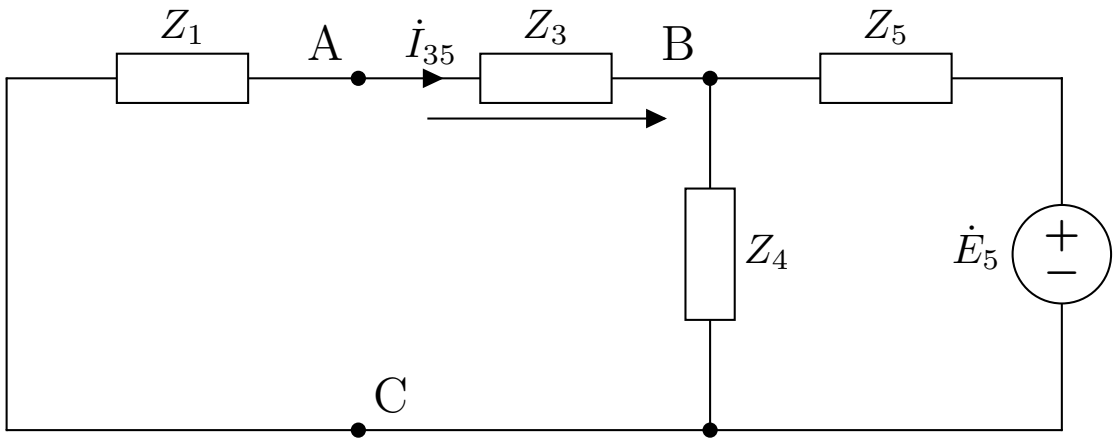
$$Z_{345} = Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

$$\dot{I}_{32} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_{345}} \cdot \dot{J}_2$$

Phương pháp xếp chồng

Ví dụ 5.7: Tính dòng $\dot{I}_3$ bằng phương pháp xếp chồng





Thành phần $\dot{I}_{35}$

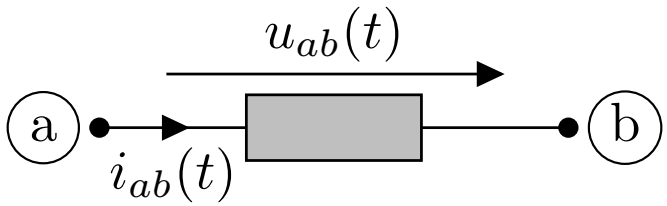
$$Z_{\text{tđ}} = Z_5 + \frac{Z_4 \cdot (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_3 + Z_4}$$

$$\dot{I}_{32} = -\frac{\dot{E}_5}{Z_{\text{tđ}}} \cdot \frac{Z_4}{Z_1 + Z_3 + Z_4}$$

Nội dung chương

5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
- Phương pháp dòng điện nhánh
- Phương pháp dòng điện vòng
- Phương pháp điện thế nút
- Phương pháp tổng trở tương đương
- Phương pháp xếp chồng
- Công suất trong mạch xoay chiều điều hoà

Khái niệm công suất tức thời



- Công suất tiêu thụ tức thời: $p(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ab}(t)$
- Khi dòng và áp là các hàm điều hoà

$$u_{ab}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i_{ab}(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta)$$

$$\Rightarrow p(t) = U_0 I_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \theta)$$

$$= \frac{U_0 I_0}{2} [\cos(\varphi - \theta) - \cos(2\omega t + \varphi + \theta)]$$

$$= \underbrace{\frac{U_0 I_0}{2} \cos(\varphi - \theta)}_{\text{Thành phần không đổi}} - \underbrace{\frac{U_0 I_0}{2} \cos(2\omega t + \varphi + \theta)}_{\text{Thành phần biến thiên}}$$

Khái niệm công suất trung bình

- Công suất trung bình P là giá trị trung bình của công suất tức thời $p(t)$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\cdot dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \left[\underbrace{\frac{U_0 I_0}{2}\cos(\varphi-\theta)}_{\text{Thành phần không đổi}} - \underbrace{\frac{U_0 I_0}{2}\cos(2\omega t+\varphi+\theta)}_{\text{Thành phần biến thiên}} \right] dt$$

$$= \frac{U_0 I_0}{2}\cos(\varphi-\theta)$$

$$= \frac{U_0}{\sqrt{2}}\cdot\frac{I_0}{\sqrt{2}}\cdot\cos(\varphi-\theta)$$

$\Rightarrow$ Công suất trung bình trên điện trở bằng tích của giá trị hiệu dụng của dòng và áp (luôn ≥ 0)

$\Rightarrow$ Công suất trung bình trên cuộn dây và tụ điện $= 0$

Khái niệm công suất trung bình

Tính công suất trung bình từ ảnh phức của dòng và áp

- $u_{ab}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \dot{U} = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} \underline{/\varphi}$
- $i_{ab}(t) = I_0 \sin(\omega t + \theta) \rightarrow \dot{I} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \underline{/\theta} \rightarrow \dot{I}^* = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \underline{/-\theta}$

$$\Rightarrow \dot{U} \cdot \dot{I}^* = \frac{U_0 I_0}{2} \underline{/\varphi - \theta}$$

$$= \frac{U_0 I_0}{2} \left(\cos(\varphi - \theta) - j \sin(\varphi - \theta)\right)$$

$$= \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos(\varphi - \theta) - j \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \sin(\varphi - \theta)$$

$\Rightarrow P = \mathrm{Re}\left(\dot{U} \cdot \dot{I}^*\right)$ (W) $\rightarrow$ còn gọi là công suất thực (hoặc CS tác dụng)

---

x^*: số phức liên hợp của x

Mở rộng khái niệm công suất

- Cách nhìn trên miền ảnh phức cho phép ta mở rộng khái niệm công suất

Công suất biểu kiến S

- Là công suất "nhìn thấy" khi nhân giá trị hiệu dụng của dòng và áp

$$S = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \text{ (VA)}$$

$\Rightarrow$ S là module của $\left(\dot{U} \cdot \dot{I}^*\right)$; đơn vị là volt-ampere (KHÔNG phải watt)

Công suất phản kháng Q

- Công suất thực P luôn nhỏ hơn công suất biểu kiến S

$\Rightarrow$ Còn một thành phần nữa là phần ảo của tích $\left(\dot{U} \cdot \dot{I}^*\right)$

$\Rightarrow$ $Q = \text{Im}\left(\dot{U} \cdot \dot{I}^*\right)$ (VAR) (volt-ampere-reactive)

Mở rộng khái niệm công suất

Công suất phức

$$\dot{S} = \left(\dot{U} \cdot \dot{I}^*\right)$$

$\Rightarrow$ Chứa phần thực là công suất tác dụng và phần ảo là công suất phản kháng $\dot{S} = P + j \cdot Q$; đơn vị là VA

$\Rightarrow$ Công suất biểu kiến là module của công suất phức $S = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$

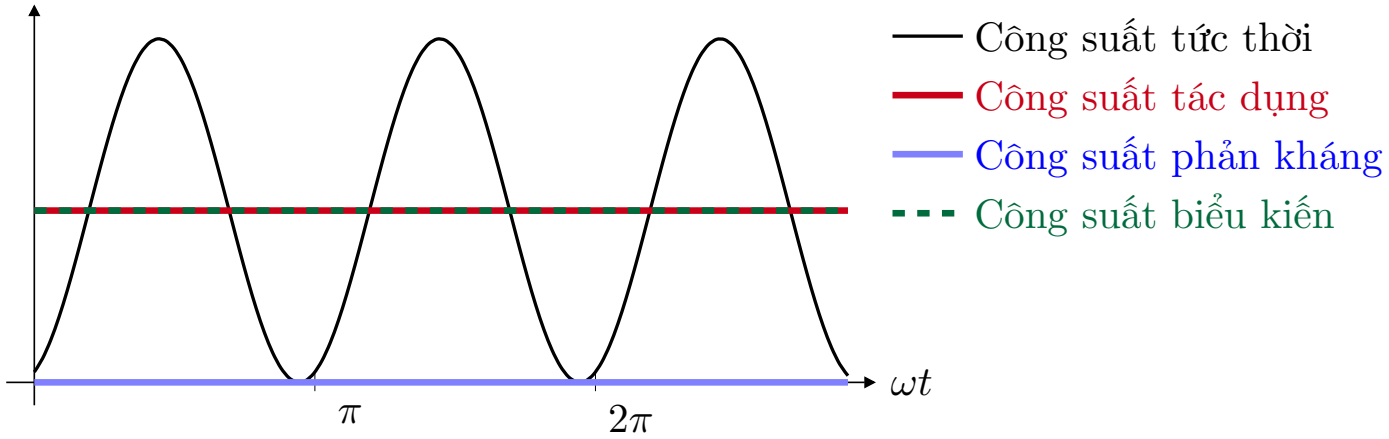
Hệ số công suất

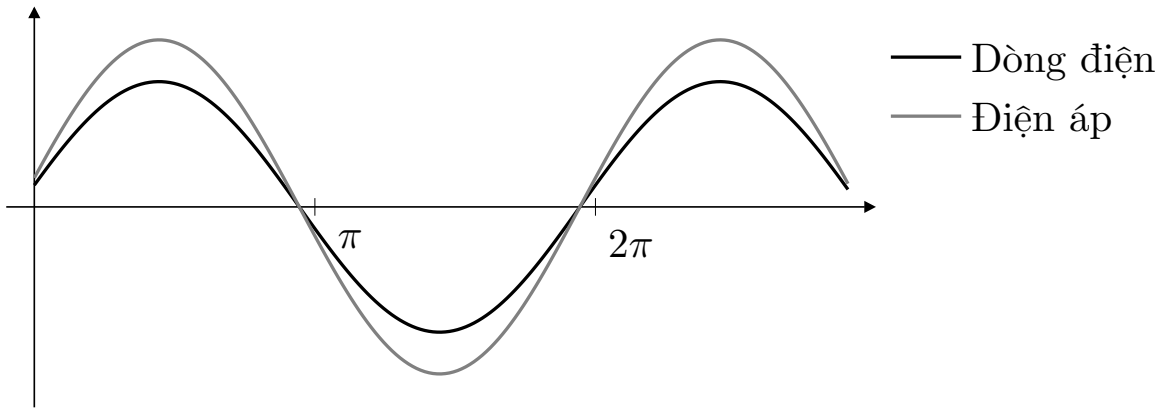
- Là tỷ lệ giữa công suất thực và công suất biểu kiến $\text{pf} = \dfrac{P}{S} = \cos(\varphi - \theta)$
- Thường gọi tắt là hệ số $\cos\varphi$

Tổng hợp các khái niệm công suất

Trường hợp tải thuần trở: dòng và áp cùng pha

- $\varphi = \theta \rightarrow$ Hệ số công suất $\cos(\varphi - \theta) = 1$

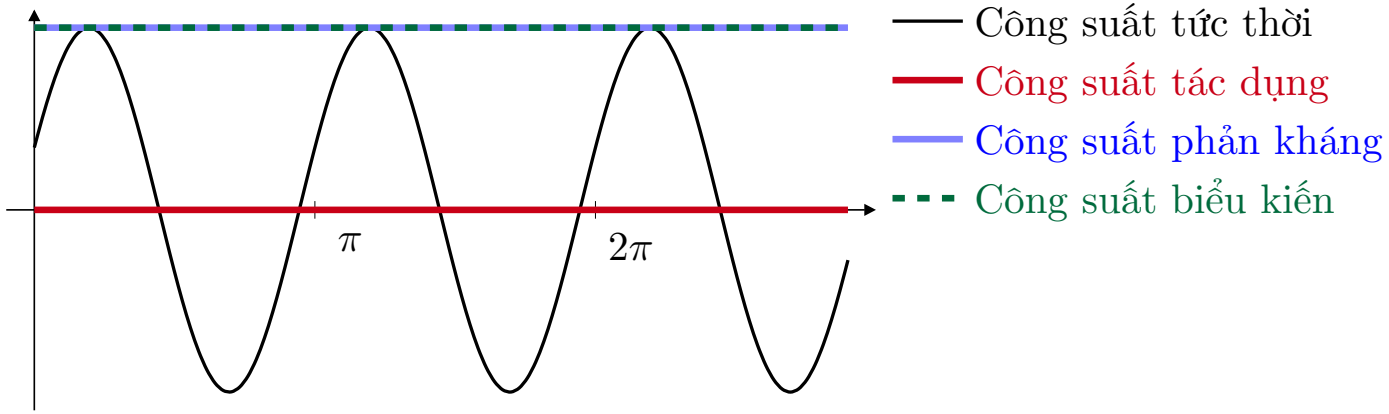


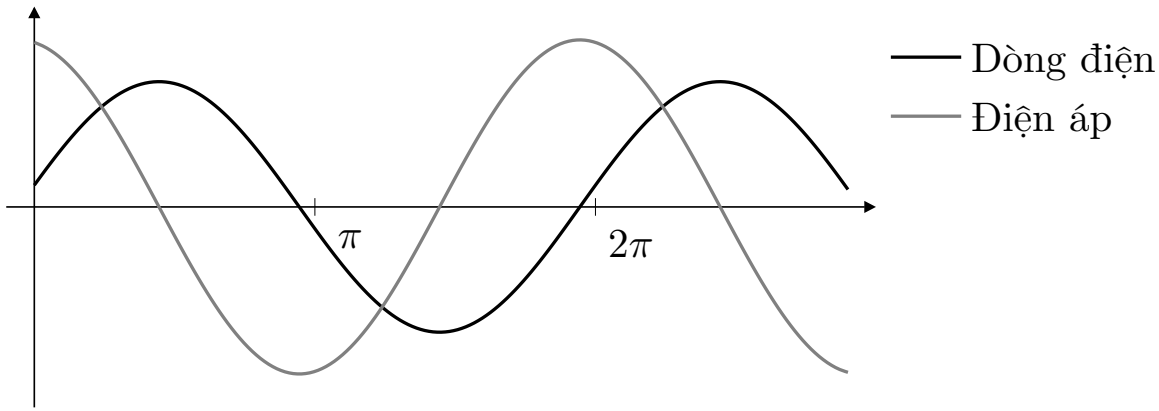


Tổng hợp các khái niệm công suất

Trường hợp tải thuần cảm: dòng trễ pha 90° so với áp

- $\varphi - \theta = 90° \rightarrow$ Hệ số công suất $\cos(\varphi - \theta) = 0$

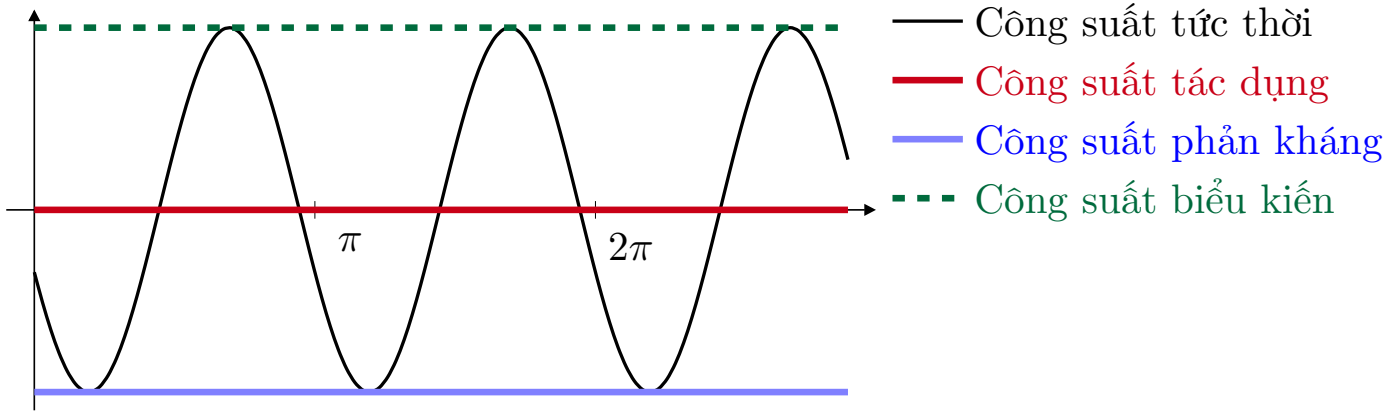


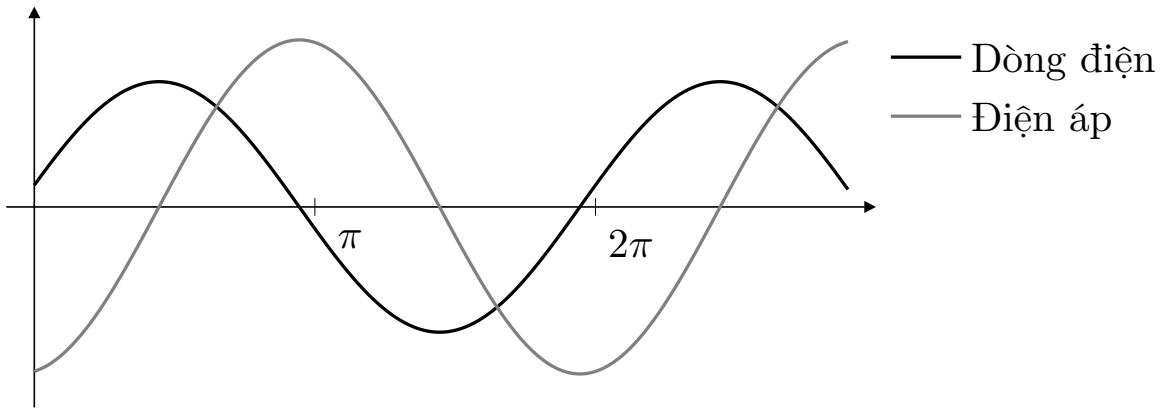


Tổng hợp các khái niệm công suất

Trường hợp tải thuần dung: áp trễ pha 90° so với dòng

- $\varphi - \theta = -90° \rightarrow$ Hệ số công suất $\cos(\varphi - \theta) = 0$

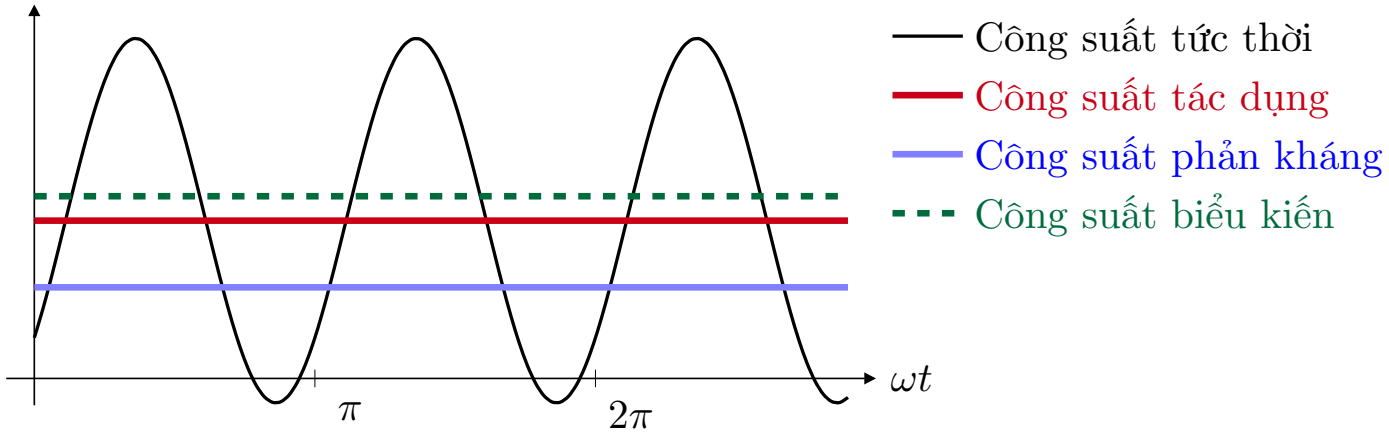


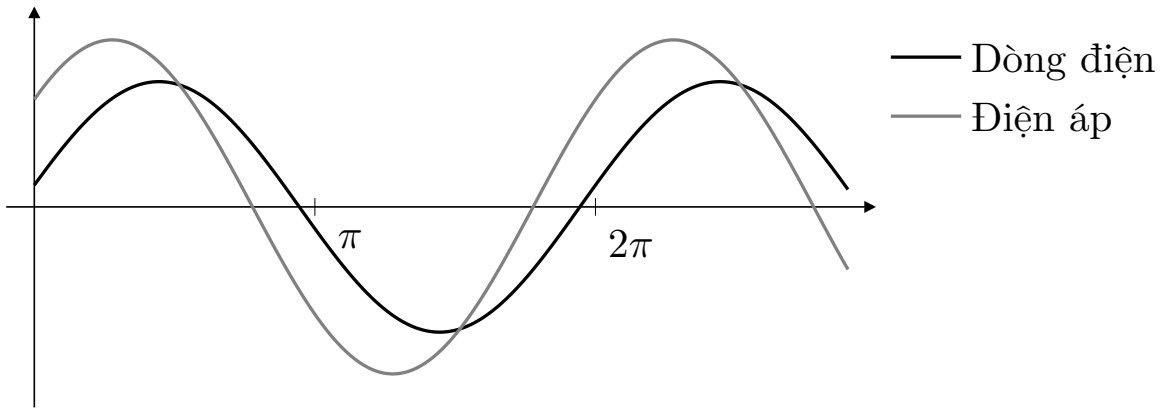


Tổng hợp các khái niệm công suất

Trường hợp tải có tính cảm kháng: dòng trễ pha so với áp

- $\varphi > \theta \rightarrow$ Hệ số công suất $\cos(\varphi - \theta) < 1$

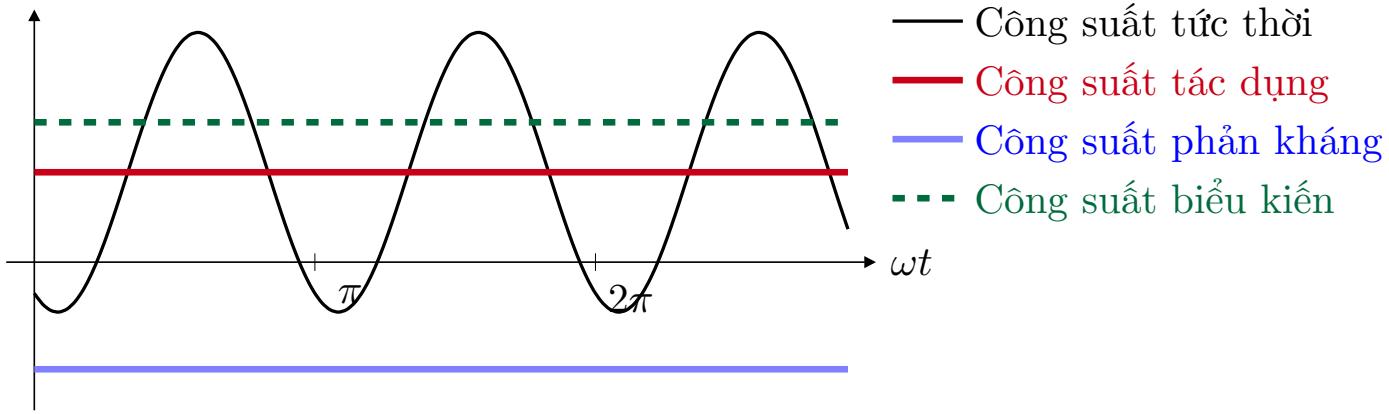


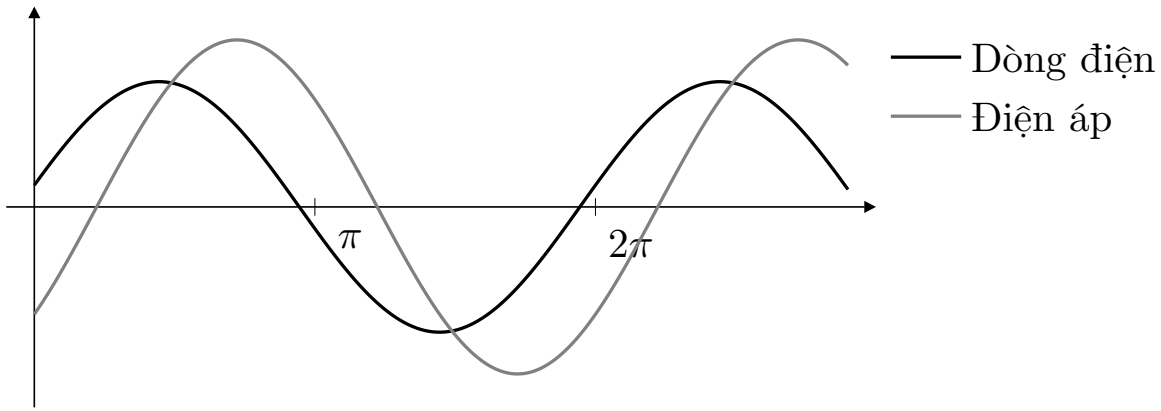


Tổng hợp các khái niệm công suất

Trường hợp tải có tính dung kháng: áp trễ pha so với dòng

- $\varphi < \theta \rightarrow$ Hệ số công suất $\cos(\varphi - \theta) < 1$





Nội dung môn học

1 Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8 Mạng hai cửa
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10 Mạch điện ba pha

Nội dung chương

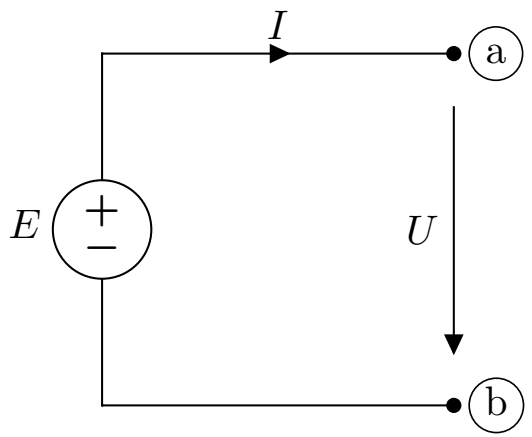
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
- Phương pháp biến đổi nguồn tương đương
- Định lý Thévenin–Norton cho mô hình mạng một cửa
- Bài toán hoà hợp tải

Nội dung chương

6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
- Phương pháp biến đổi nguồn tương đương
- Định lý Thévenin–Norton cho mô hình mạng một cửa
- Bài toán hoà hợp tải

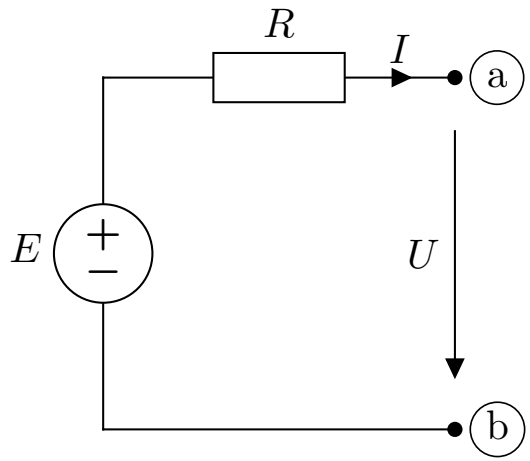
Mô hình nguồn áp và nguồn dòng thực tế

Nguồn áp một chiều lý tưởng



$$U = E$$

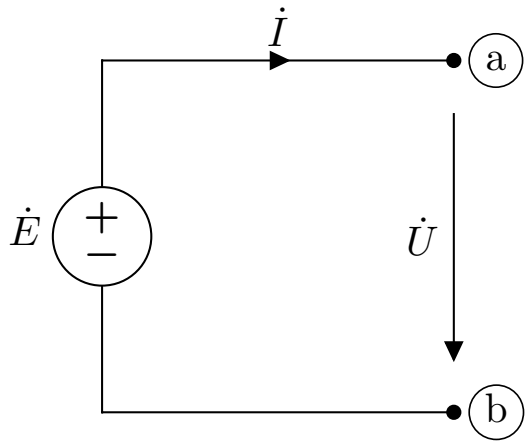
Nguồn áp một chiều thực tế



$$U = E - R \cdot I$$

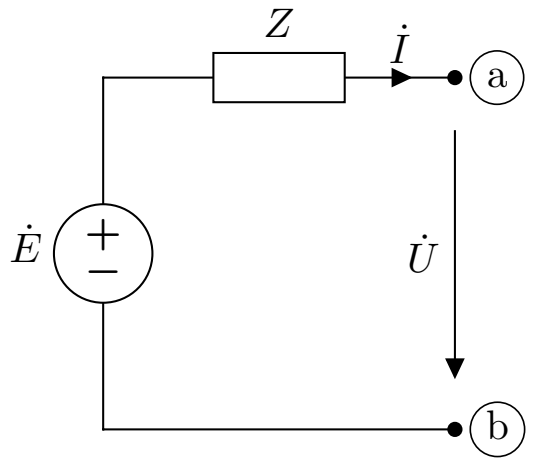
Mô hình nguồn áp và nguồn dòng thực tế

Nguồn áp điều hoà lý tưởng



$$\dot{U} = \dot{E}$$

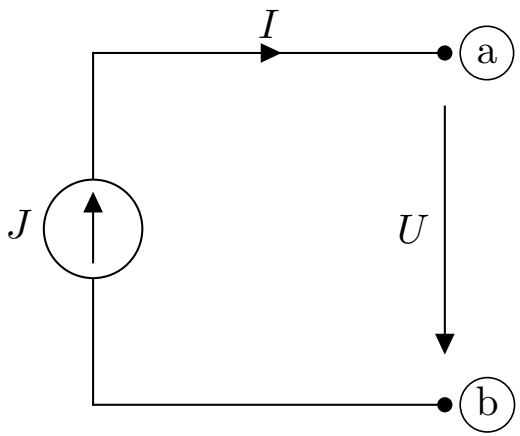
Nguồn áp điều hoà thực tế



$$\dot{U} = \dot{E} - Z \cdot \dot{I}$$

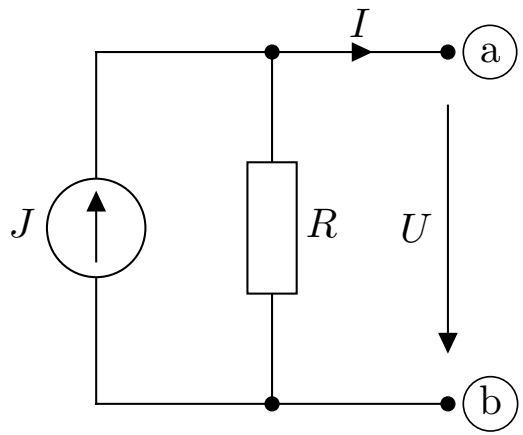
Mô hình nguồn áp và nguồn dòng thực tế

Nguồn dòng một chiều lý tưởng



$$I = J$$

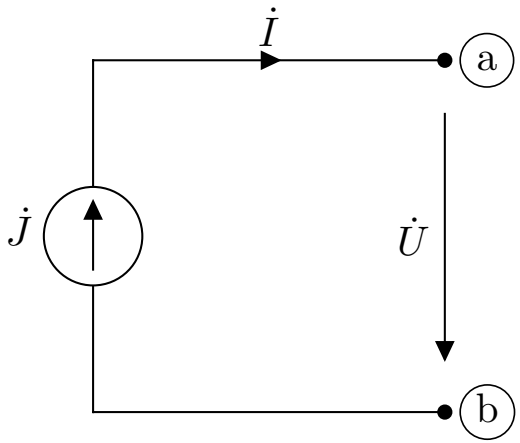
Nguồn dòng một chiều thực tế



$$I = J - \frac{U}{R} \Leftrightarrow U = R \cdot J - R \cdot I$$

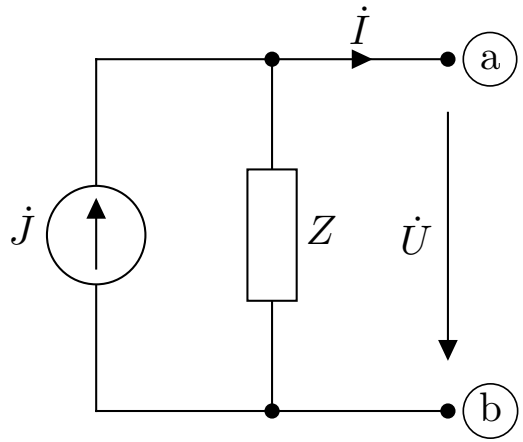
Mô hình nguồn áp và nguồn dòng thực tế

Nguồn dòng điều hoà lý tưởng



$$\dot{I} = \dot{J}$$

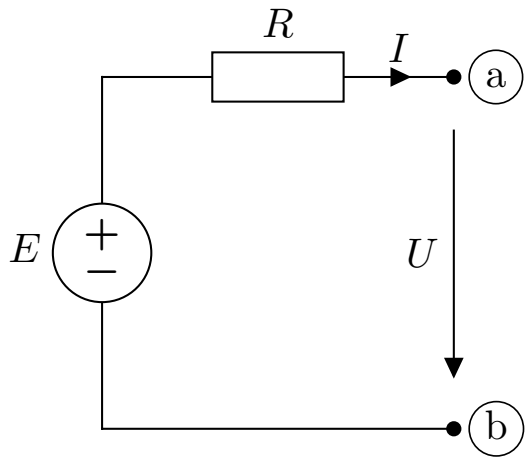
Nguồn dòng điều hoà thực tế



$$\dot{I} = \dot{J} - \frac{\dot{U}}{Z} \Leftrightarrow \dot{U} = Z \cdot \dot{J} - Z \cdot \dot{I}$$

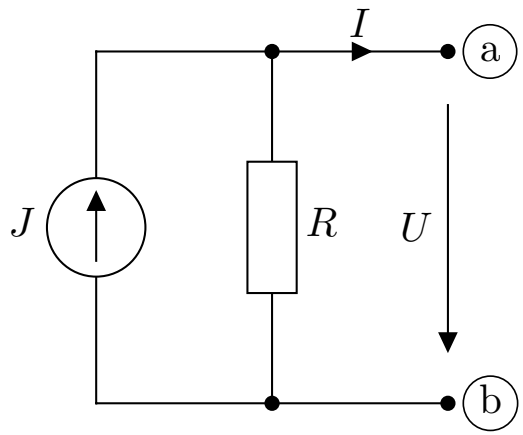
Biến đổi nguồn tương đương

Nguồn áp một chiều thực tế



$$U = E - R \cdot I$$

Nguồn dòng một chiều thực tế

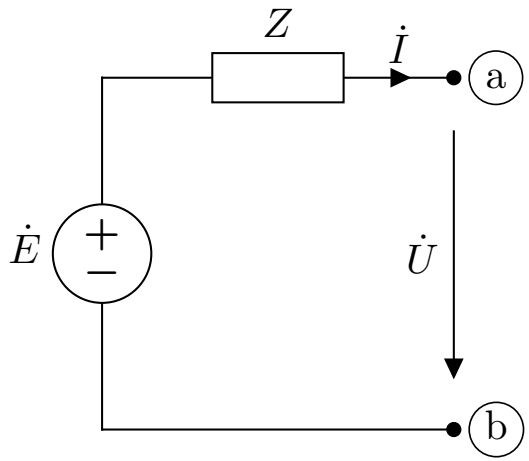


$$U = R \cdot J - R \cdot I$$

$\Rightarrow$ Nếu $E = R \cdot J \Leftrightarrow J = \dfrac{E}{R}$ thì **hai mô hình tương đương nhau**

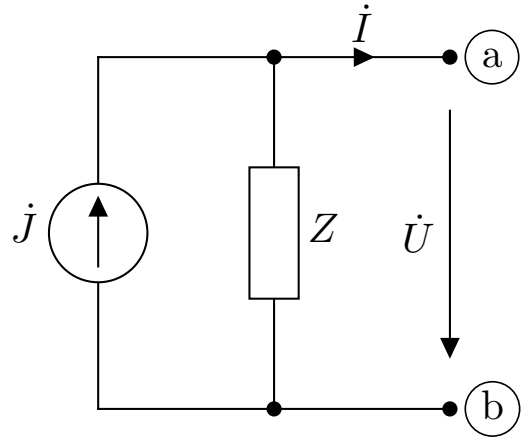
Biến đổi nguồn tương đương

Nguồn áp điều hoà thực tế



$$\dot{U} = \dot{E} - Z \cdot \dot{I}$$

Nguồn dòng điều hoà thực tế



$$\dot{U} = Z \cdot \dot{J} - Z \cdot \dot{I}$$

$\Rightarrow$ Nếu $\dot{E} = Z \cdot \dot{J} \Leftrightarrow \dot{J} = \dfrac{\dot{E}}{Z}$ thì **hai mô hình tương đương nhau**

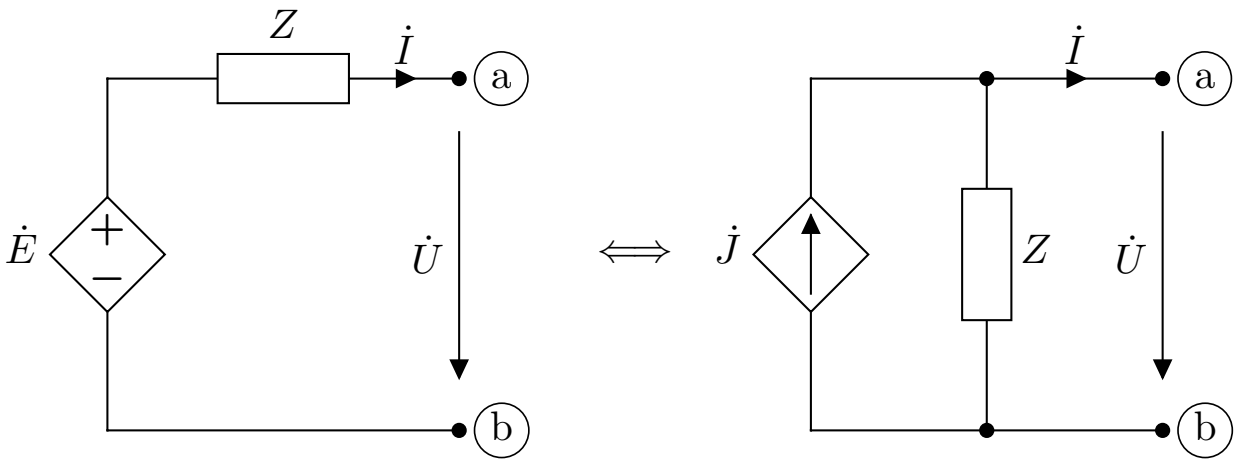
$\Rightarrow$ Phương pháp biến đổi nguồn tương đương

Nếu trong mạch có mô hình nguồn áp và/hoặc nguồn dòng thực tế thì có thể biến đổi nguồn tương đương để đơn giản hoá cấu trúc mạch.

Biến đổi nguồn tương đương

Một số chú ý

- Công thức biến đổi nguồn của mạch một chiều và mạch điều hoà trên miền phức có dạng tương đương ⇒ trong bài giảng có thể chỉ đề cập một dạng
- Có thể áp dụng biến đổi nguồn cho nguồn phụ thuộc, với điều kiện thoả mãn $E = R \cdot J \Leftrightarrow J = \dfrac{E}{R}$ hoặc $\dot{E} = Z \cdot \dot{J} \Leftrightarrow \dot{J} = \dfrac{\dot{E}}{Z}$

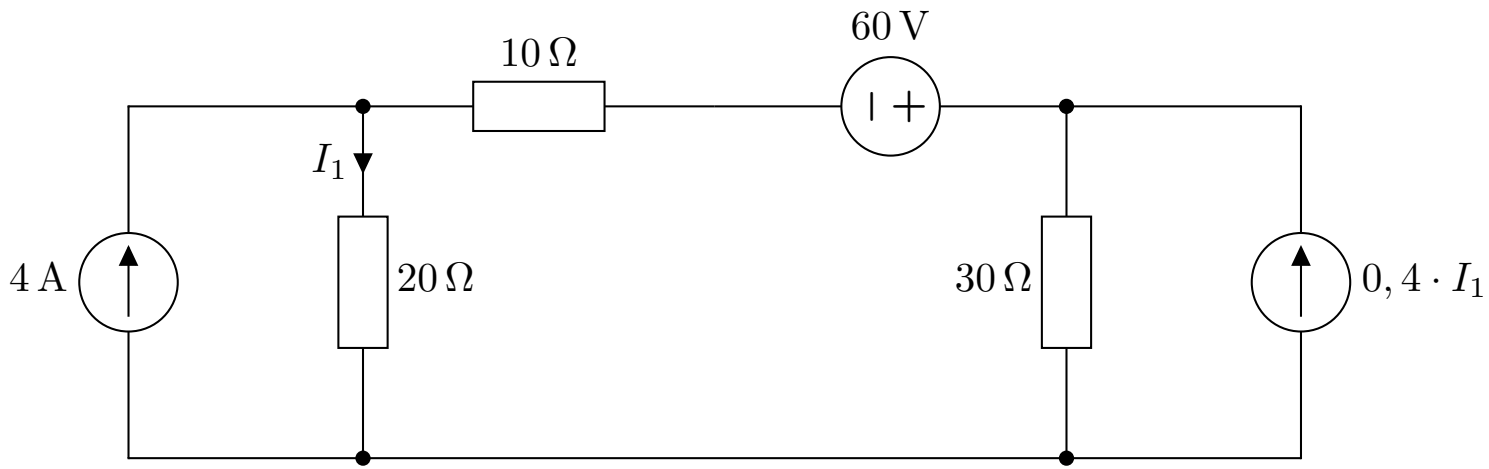


Biến đổi nguồn tương đương

Một số chú ý

- Biến đổi nguồn tương đương làm thay đổi cấu trúc mạch
  $\Rightarrow$ không biến đổi phần tử chứa dòng và áp cần tìm
- Chiều của nguồn dòng, nguồn áp, các dòng và áp tương đương

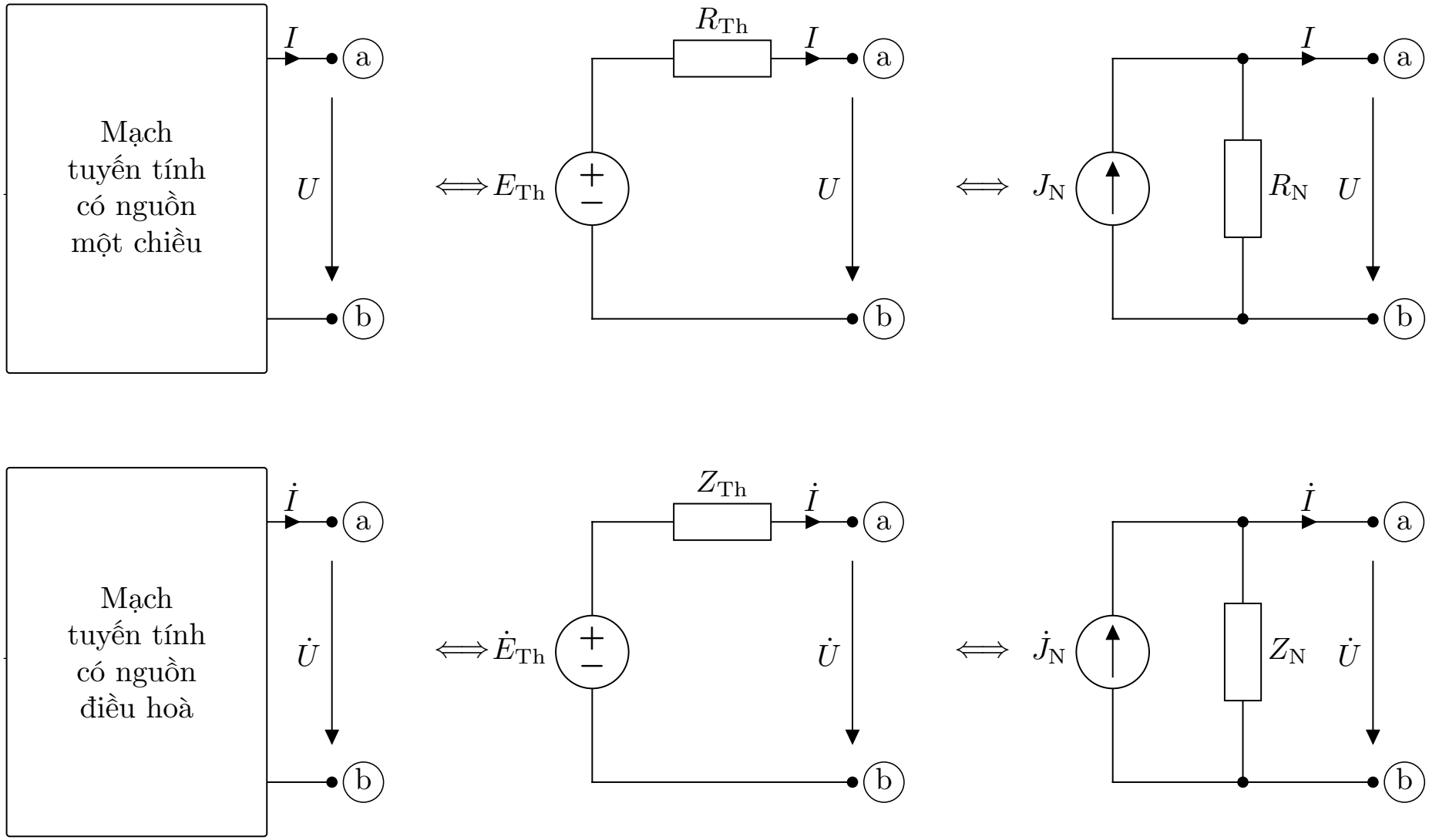
Ví dụ 6.1: Tính I_1 bằng phương pháp biến đổi nguồn



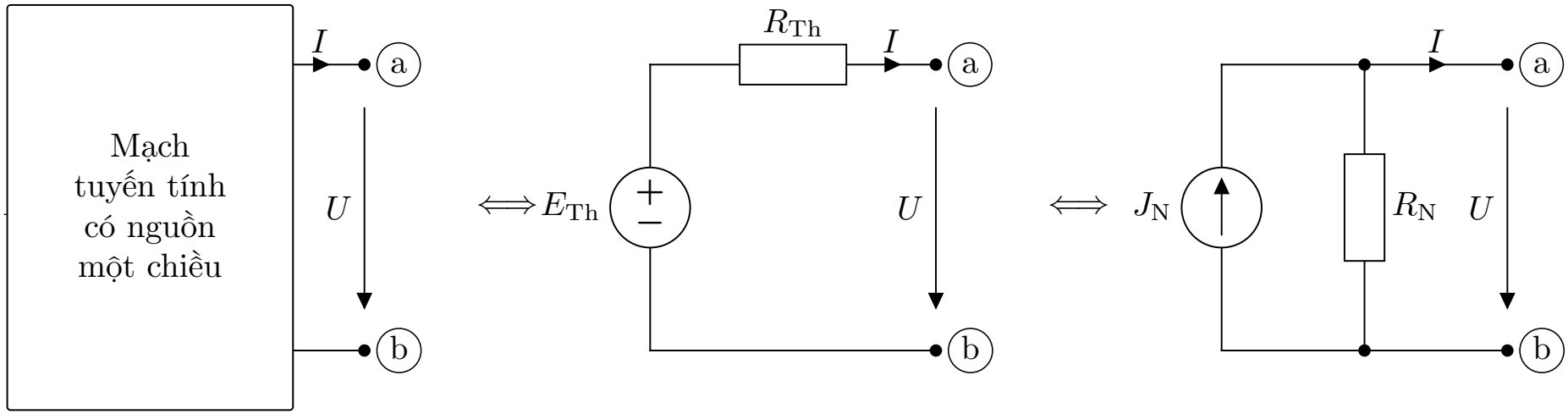
Nội dung chương

6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
- Phương pháp biến đổi nguồn tương đương
- Định lý Thévenin–Norton cho mô hình mạng một cửa
- Bài toán hoà hợp tải

Định lý Thévenin–Norton cho mô hình mạng một cửa



Xác định các tham số Thévenin–Norton

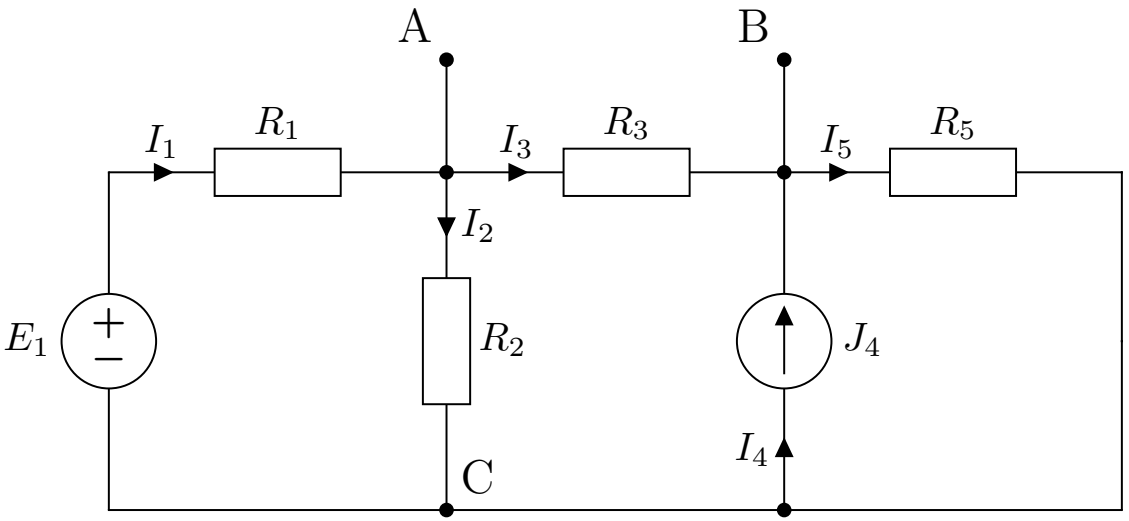


- Nguồn áp tương đương bằng điện áp hở mạch $E_{\text{Th}} = U_{\text{hở mạch}}$
- Nguồn dòng tương đương bằng dòng điện ngắn mạch $J_{\text{N}} = I_{\text{ngắn mạch}}$
- Điện trở $R_{\text{Th}} = R_{\text{N}}$ có thể xác định bằng 2 cách:
  1. $R_{\text{Th}} = R_{\text{N}} = \dfrac{E_{\text{Th}}}{I_{\text{N}}} = \dfrac{E_{\text{hở mạch}}}{I_{\text{ngắn mạch}}}$
  2. $R_{\text{Th}} = R_{\text{N}} = R_{\text{tđ}}$ khi triệt tiêu các nguồn độc lập trong mạch
- Hoàn toàn tương tự với mạch điều hoà

Xác định các tham số Thévenin–Norton

Ví dụ 6.2

- Xác định mô hình mạng một cửa tương đương Thévenin trên 2 nút A và B
- Xác định mô hình mạng một cửa tương đương Norton trên 2 nút A và B
- Dùng định lý Thévenin–Norton tính I_3



- $E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 5\,\Omega;$
- $R_2 = 8\,\Omega;\ R_3 = 6\,\Omega;$
- $J_4 = 1\,\text{A};\ R_5 = 10\,\Omega.$

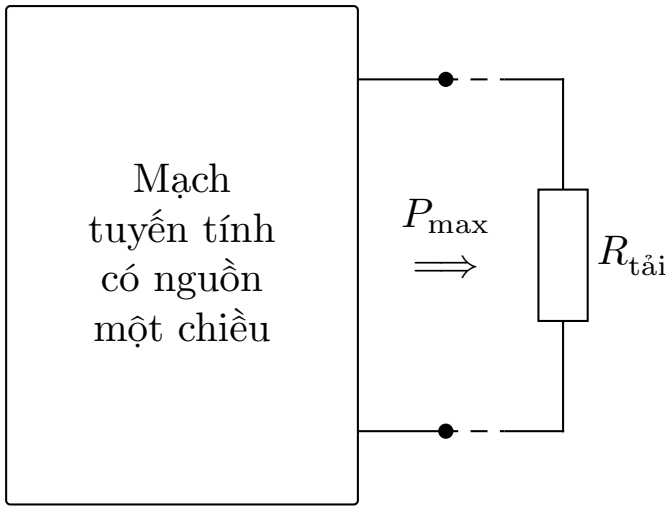
Nội dung chương

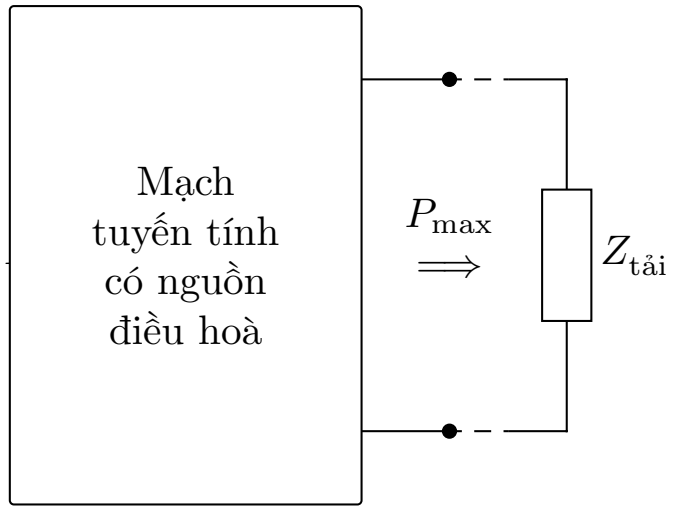
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
- Phương pháp biến đổi nguồn tương đương
- Định lý Thévenin–Norton cho mô hình mạng một cửa
- Bài toán hoà hợp tải

Bài toán hoà hợp tải

Phát biểu bài toán

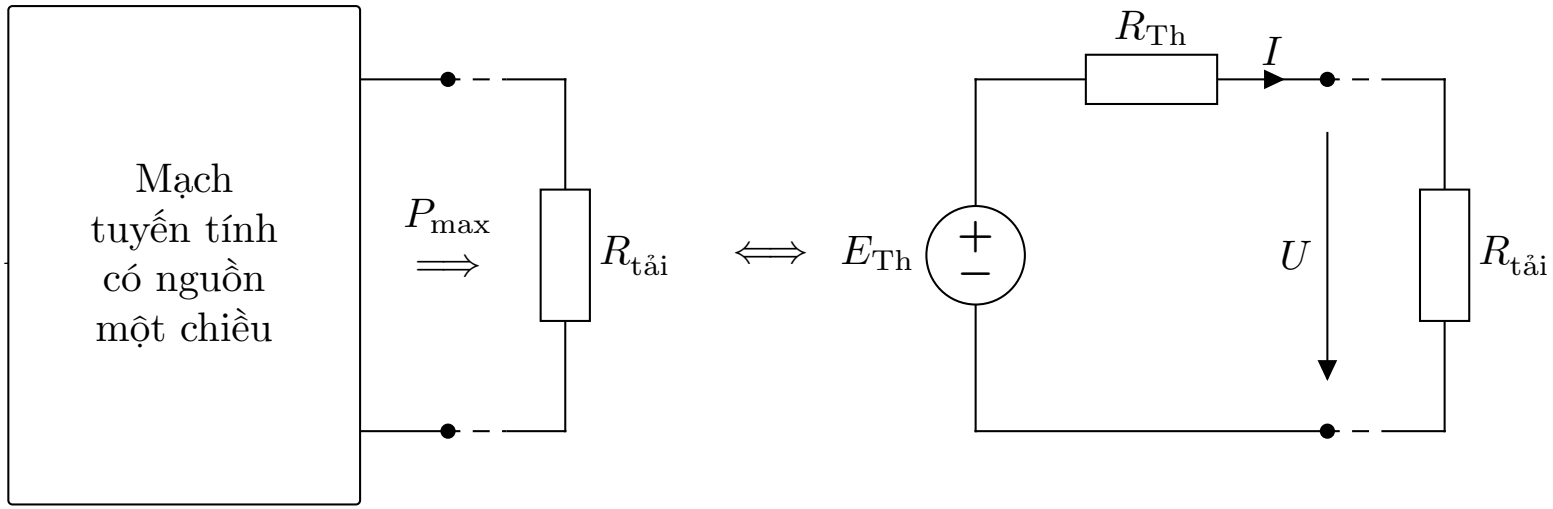
- Xác định giá trị của tải để công suất thu được từ mạch nguồn là lớn nhất





Bài toán hoà hợp tải

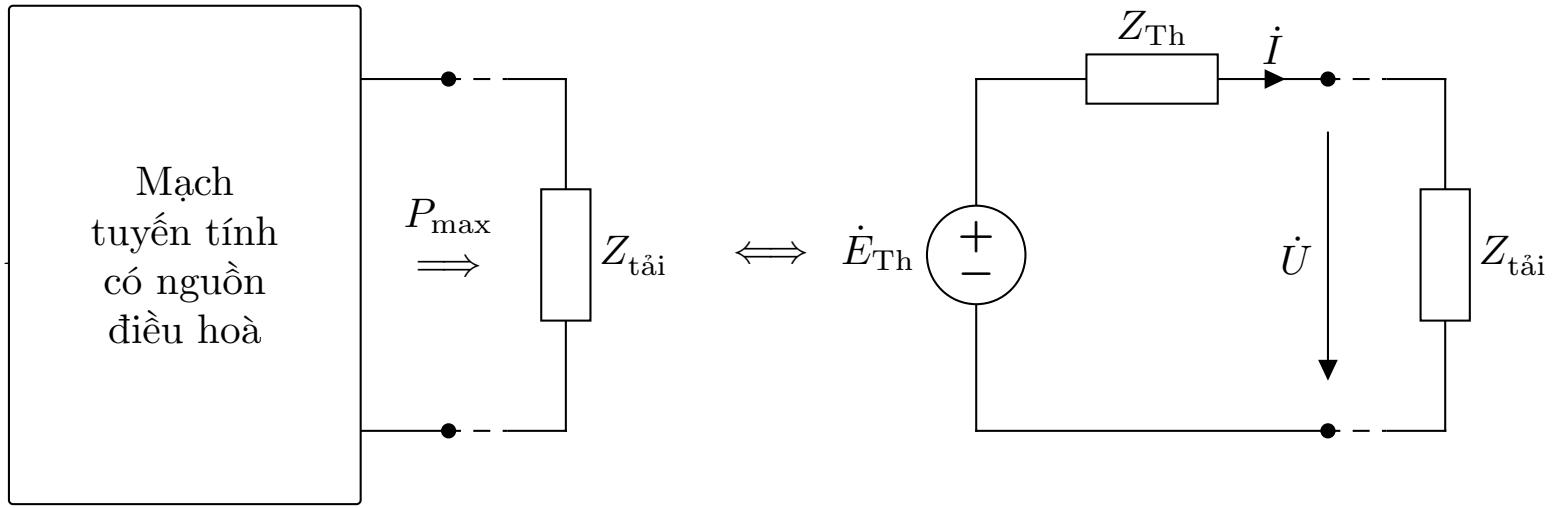
Cách giải: Dùng định lý Thévenin–Norton



- $I = \dfrac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}} + R_{\text{tải}}} \Leftrightarrow P = R_{\text{tải}} \cdot I^2 = \dfrac{R_{\text{tải}} \cdot E_{\text{Th}}^2}{(R_{\text{Th}} + R_{\text{tải}})^2} \leq \dfrac{E_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}}$
- P lớn nhất khi dấu "=" xảy ra với $R_{\text{tải}} = R_{\text{Th}}$
- Chứng minh với mô hình mạng một cửa Norton?

Bài toán hoà hợp tải

Cách giải: Dùng định lý Thévenin–Norton



- $\dot{I} = \dfrac{\dot{E}_{\text{Th}}}{Z_{\text{Th}} + Z_{\text{tải}}} \Leftrightarrow P = \text{Re}(Z_{\text{tải}}) \cdot |\dot{I}|^2$

$$= \frac{\text{Re}(Z_{\text{tải}}) \cdot |\dot{E}_{\text{Th}}|^2}{(\text{Re}(Z_{\text{Th}}) + \text{Re}(Z_{\text{tải}}))^2 + (\text{Im}(Z_{\text{Th}}) + \text{Im}(Z_{\text{tải}}))^2} \leq \frac{|\dot{E}_{\text{Th}}|^2}{4\,\text{Re}(Z_{\text{Th}})}$$

- P lớn nhất khi dấu "=" xảy ra với $Z_{\text{tải}} = Z_{\text{Th}}^*$

Bài toán hoà hợp tải

Ví dụ 6.3

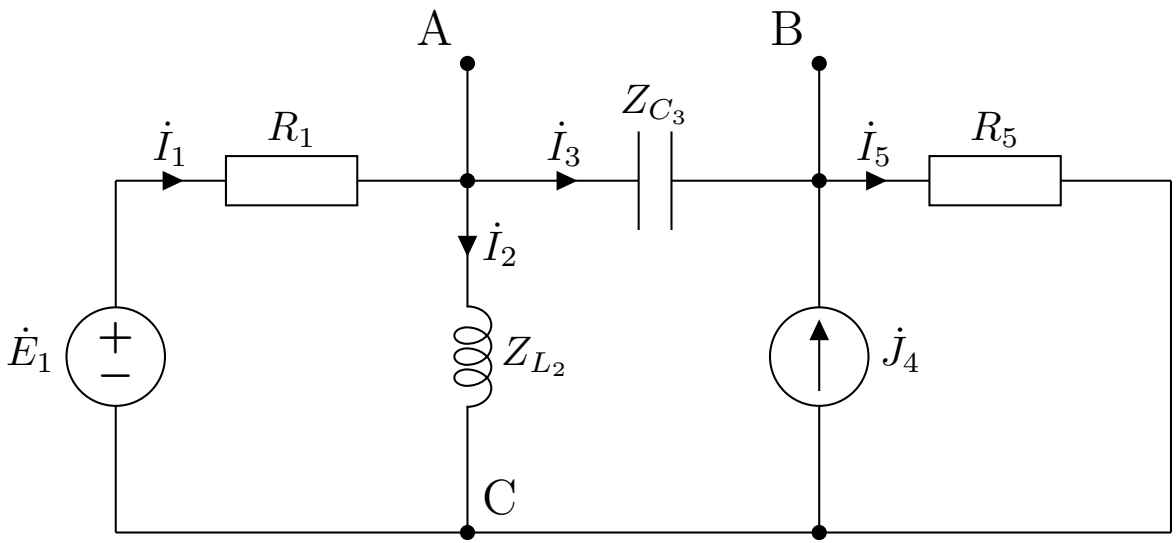
- Tính tải hoà hợp cần lắp vào hai nút A và B để đạt công suất truyền cực đại

$\dot{E}_1 = 12\angle 20^\circ$ V;

$R_1 = 5\,\Omega$; $Z_{L_2} = j3\,\Omega$;

$Z_{C_3} = -j5\,\Omega$; $R_5 = 8\,\Omega$;

$\dot{J}_4 = 1\angle -15^\circ$ A.



Nội dung môn học

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung chương

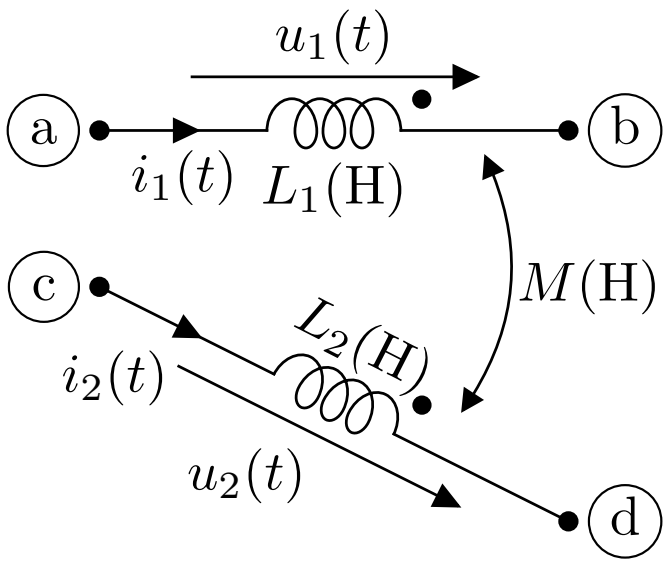
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Hiện tượng hỗ cảm
- Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Công suất hỗ cảm
- Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

Nội dung chương

7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Hiện tượng hỗ cảm
- Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Công suất hỗ cảm
- Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

Hỗ cảm giữa hai cuộn dây

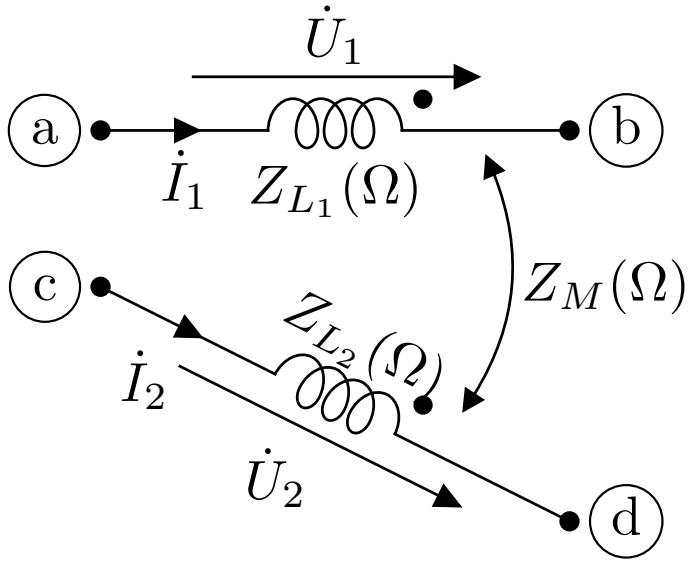
Hỗ cảm trên miền thời gian



$$u_1(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

Ảnh phức của hỗ cảm



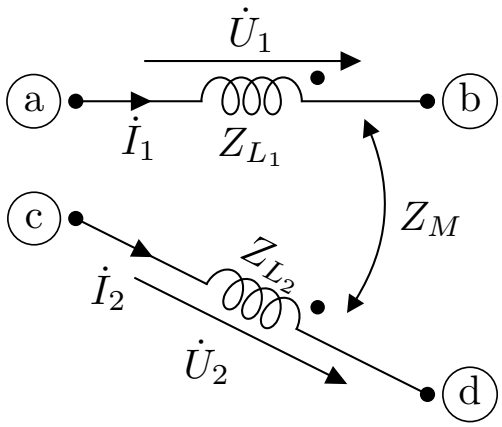
$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= j\omega L_1 \cdot \dot{I}_1 \pm j\omega M \cdot \dot{I}_2 \\ &= Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 \pm Z_M \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= j\omega L_2 \cdot \dot{I}_2 \pm j\omega M \cdot \dot{I}_1 \\ &= Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 \pm Z_M \cdot \dot{I}_1\end{aligned}$$

Dấu của sức điện động hỗ cảm

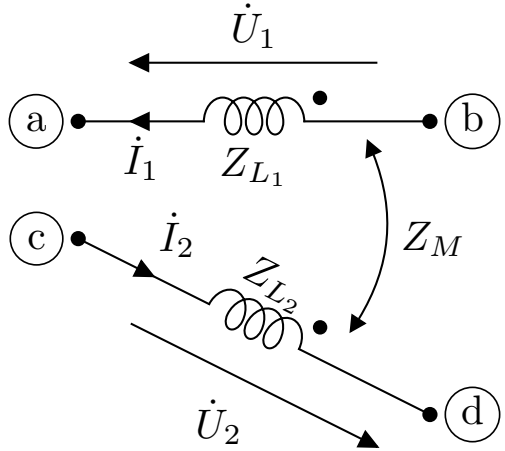
Quy tắc xác định dấu của thành phần hỗ cảm

- Nếu chiều của 2 dòng điện cùng đi vào hoặc cùng đi ra khỏi dấu chấm quy ước cực tính thì thành phần hỗ cảm M cùng dấu với thành phần tự cảm L của cuộn dây đang xét
- Nếu chiều của 1 dòng điện đi vào và 1 dòng điện đi ra khỏi dấu chấm quy ước cực tính thì thành phần hỗ cảm M trái dấu với thành phần tự cảm L của cuộn dây đang xét

- Cùng dấu



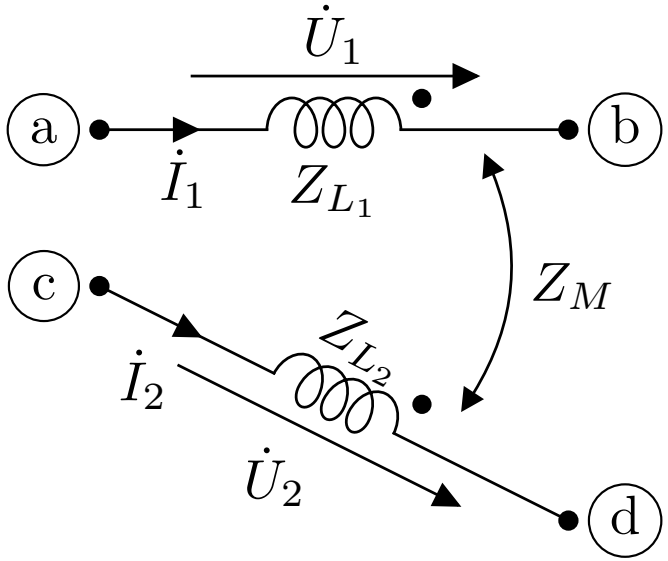
- Trái dấu



Mô hình hỗ cảm dùng nguồn áp phụ thuộc dòng

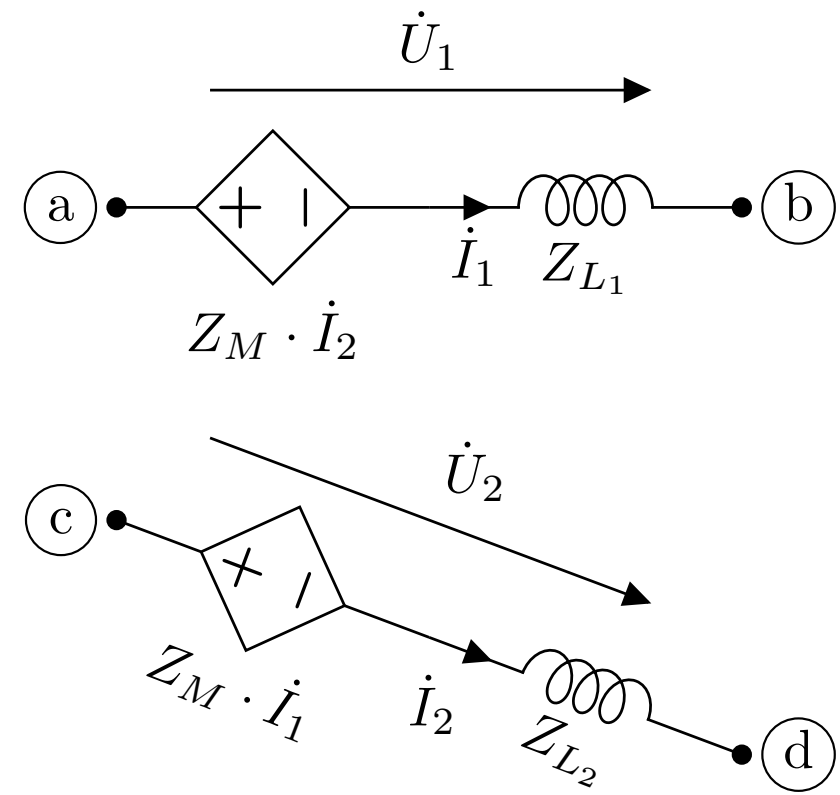
- Hỗ cảm cùng dấu: Ví dụ 1

Hỗ cảm



$$\dot{U}_1 = Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 + Z_M \cdot \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 + Z_M \cdot \dot{I}_1$$

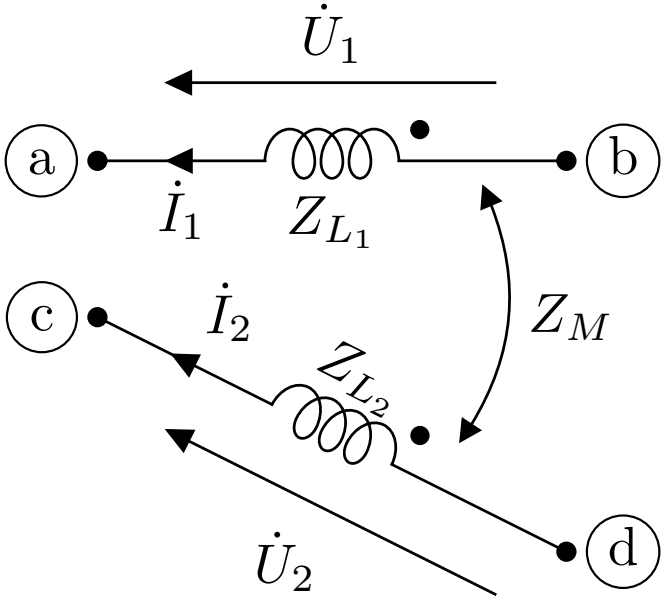
Mô hình tương đương



Mô hình hỗ cảm dùng nguồn áp phụ thuộc dòng

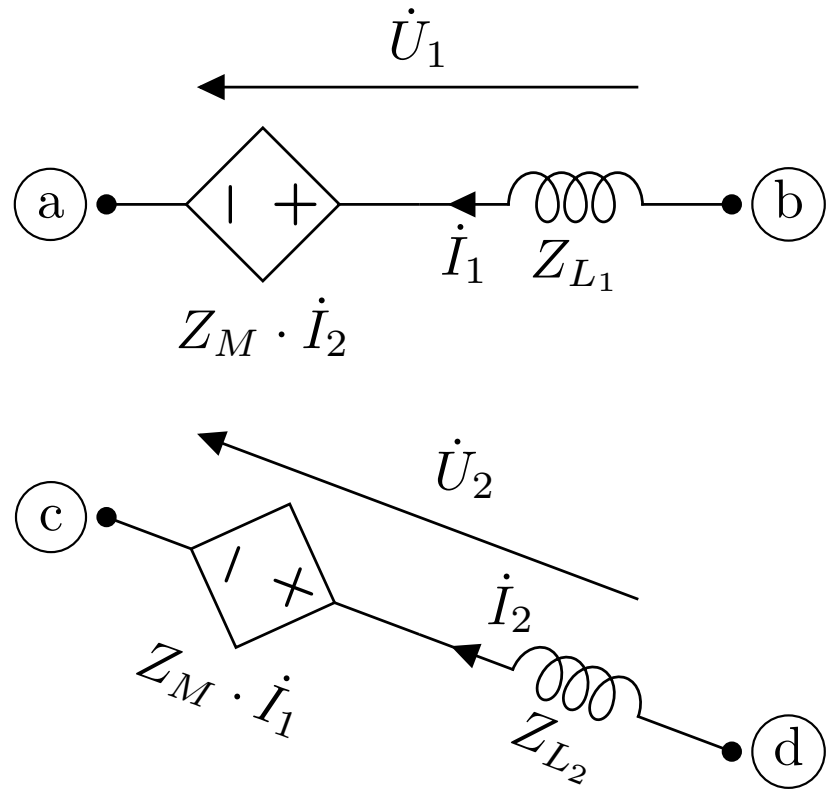
- Hỗ cảm cùng dấu: Ví dụ 2

Hỗ cảm



$$\dot{U}_1 = Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 + Z_M \cdot \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 + Z_M \cdot \dot{I}_1$$

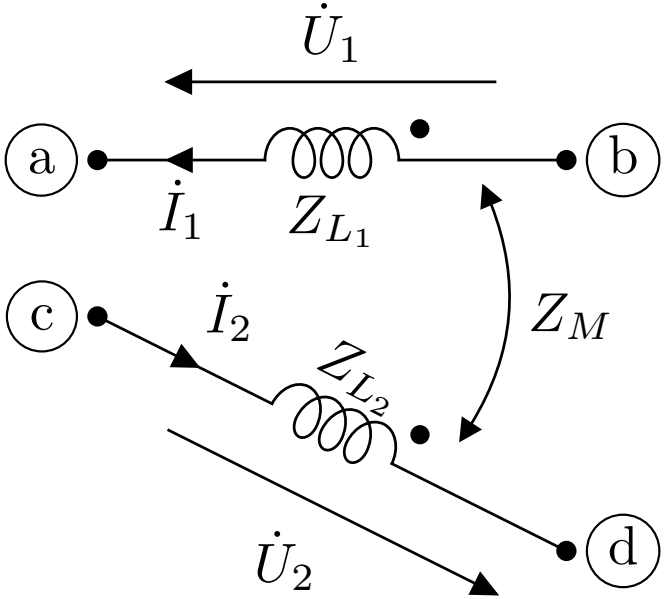
Mô hình tương đương



Mô hình hỗ cảm dùng nguồn áp phụ thuộc dòng

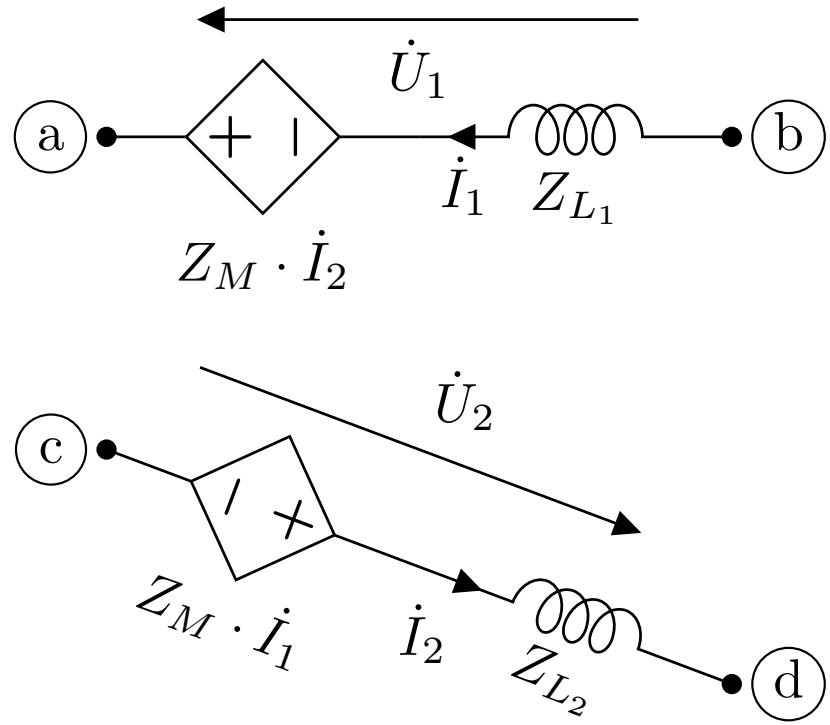
- Hỗ cảm trái dấu: Ví dụ 1

Hỗ cảm



$$\dot{U}_1 = Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 - Z_M \cdot \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 - Z_M \cdot \dot{I}_1$$

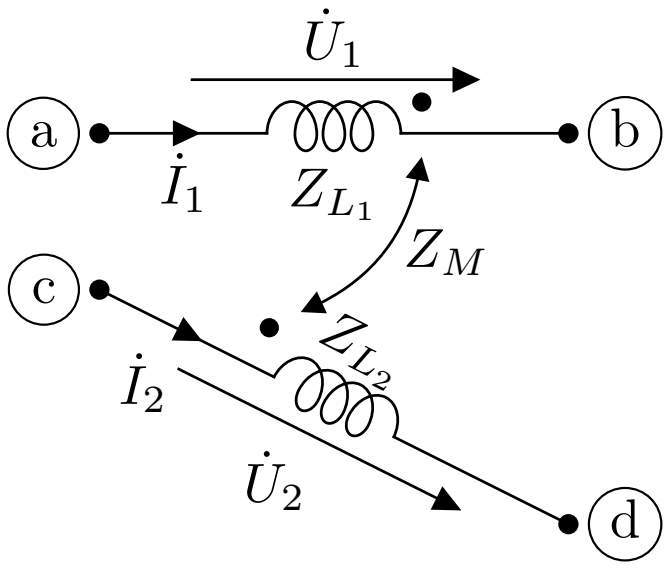
Mô hình tương đương



Mô hình hỗ cảm dùng nguồn áp phụ thuộc dòng

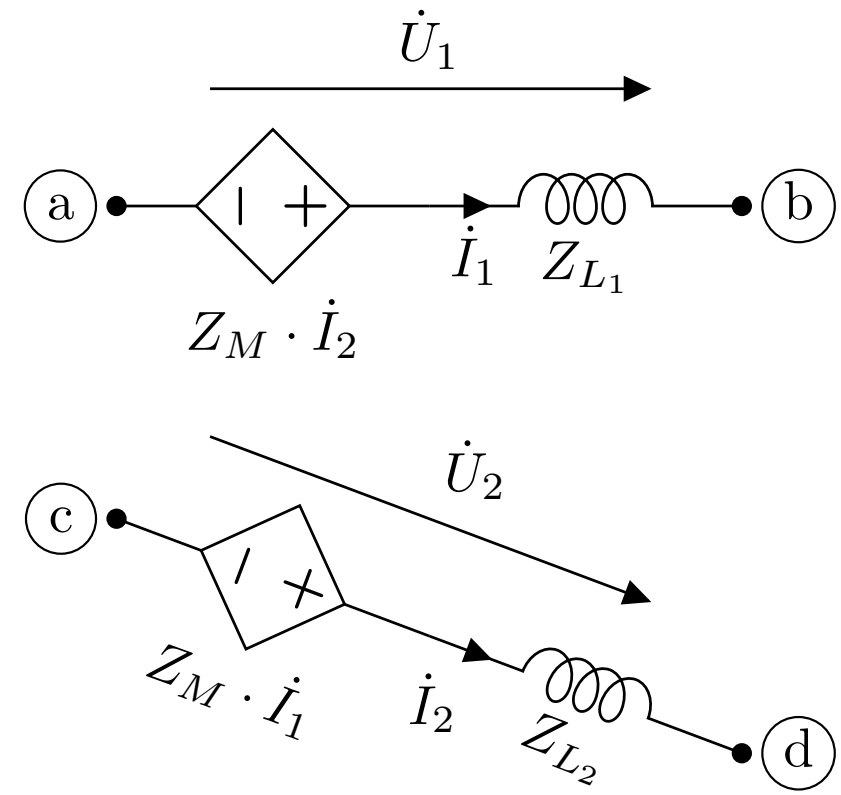
- Hỗ cảm trái dấu: Ví dụ 2

Hỗ cảm



$$\dot{U}_1 = Z_{L_1} \cdot \dot{I}_1 - Z_M \cdot \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = Z_{L_2} \cdot \dot{I}_2 - Z_M \cdot \dot{I}_1$$

Mô hình tương đương



Nội dung chương

7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Hiện tượng hỗ cảm
- Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Công suất hỗ cảm
- Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Các bước giải mạch có hỗ cảm

1. Xác định dấu của hỗ cảm
2. Chuyển mạch có hỗ cảm thành mô hình tương đương
3. Giải mạch bằng các phương pháp đã biết

Một số chú ý

⚠ Do mạch hỗ cảm có tính chất tương đương các nguồn áp phụ thuộc dòng nên một số phương pháp sẽ bị ảnh hưởng

- Tổng trở tương đương: không tính trực tiếp được
- Công thức phân áp và phân dòng: không dùng trực tiếp được
- Phương pháp điện thế nút không thuận tiện cho nhánh có hỗ cảm

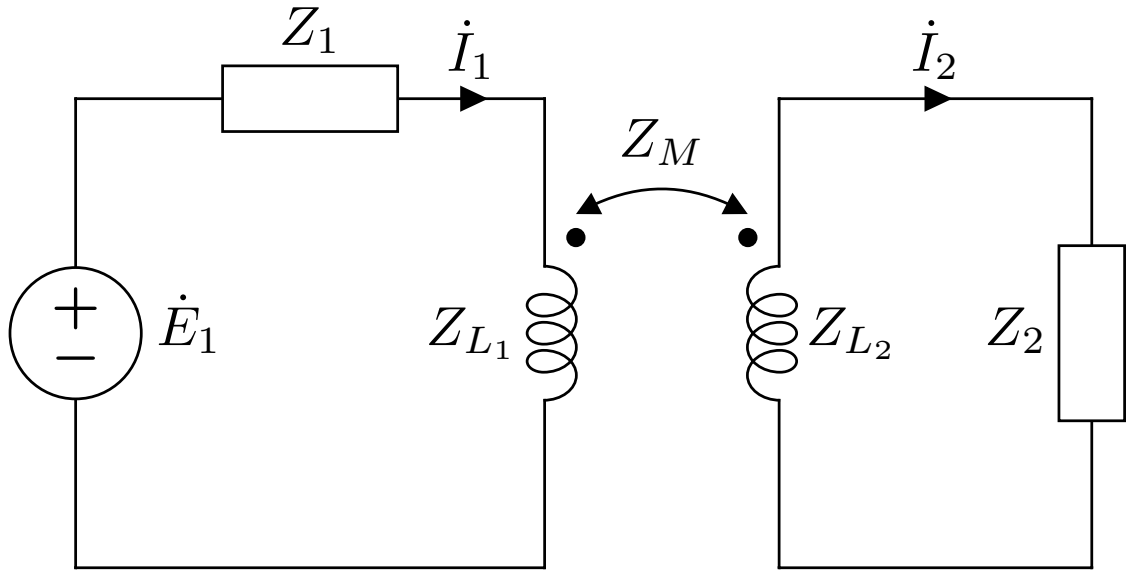
- Dòng điện nhánh và dòng điện vòng có thể dùng bình thường

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.1

Cho mạch điện máy biến áp. Tính dòng và áp trên các cuộn dây.

$\dot{E}_1 = 12\underline{/0^\circ}\ \text{V};$
$Z_1 = 5 + j3\ (\Omega);$
$Z_{L_1} = j8\ (\Omega);$
$Z_{L_2} = j6\ (\Omega);$
$Z_M = j6\ (\Omega);$
$Z_2 = 5 - j2\ (\Omega)$



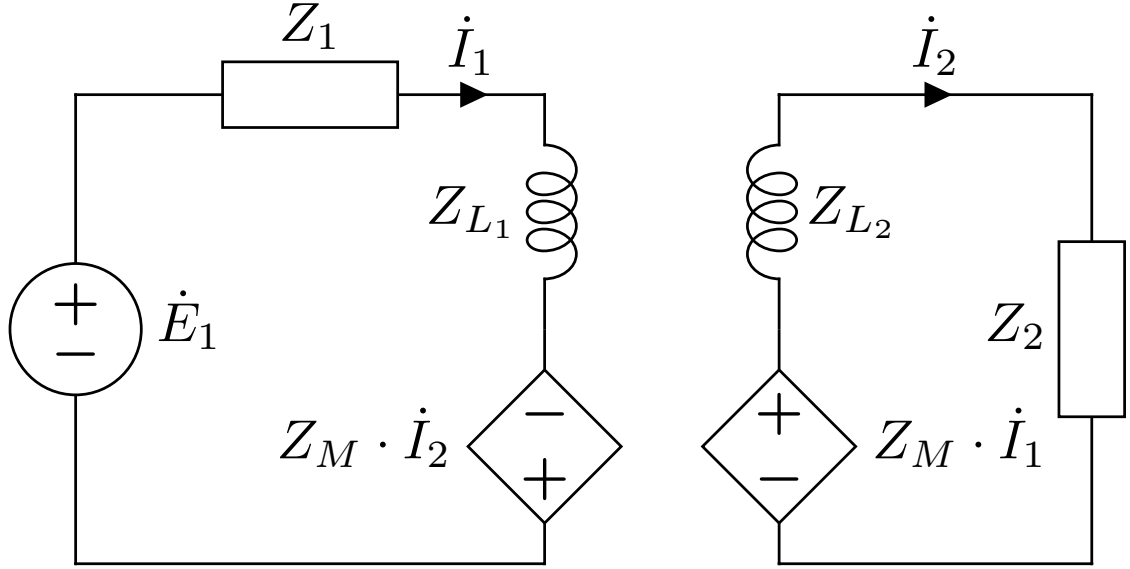
- Xác định dấu hỗ cảm: sức điện động hỗ cảm (thành phần M) ngược dấu sức điện động tự cảm (thành phần L)

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.1

Chuyển sang mô hình tương đương CCVS

$\dot{E}_1 = 12\angle 0°$ V;
$Z_1 = 5 + j3$ (Ω);
$Z_{L_1} = j8$ (Ω);
$Z_{L_2} = j6$ (Ω);
$Z_M = j6$ (Ω);
$Z_2 = 5 - j2$ (Ω)



- Số nhánh: 2
- Số nút bậc cao: 0

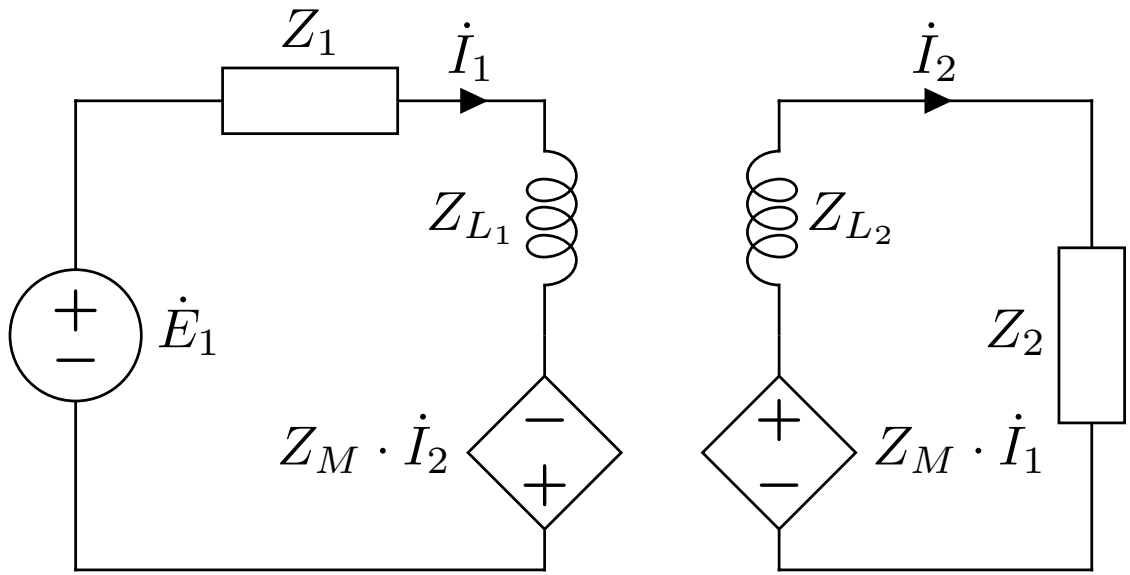
$\Rightarrow$ Số vòng: 2

☺ Mạch này có số nhánh bằng số vòng

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.1

$\dot{E}_1 = 12\underline{/0^\circ}\ \text{V};$
$Z_1 = 5 + j3\ (\Omega);$
$Z_{L_1} = j8\ (\Omega);$
$Z_{L_2} = j6\ (\Omega);$
$Z_M = j6\ (\Omega);$
$Z_2 = 5 - j2\ (\Omega)$



Hệ phương trình dòng vòng (nhánh)

$$(Z_1 + Z_{L_1})\,\dot{I}_1 - Z_M \dot{I}_2 = \dot{E}_1$$
$$-Z_M \dot{I}_1 + (Z_2 + Z_{L_2})\,\dot{I}_2 = 0$$

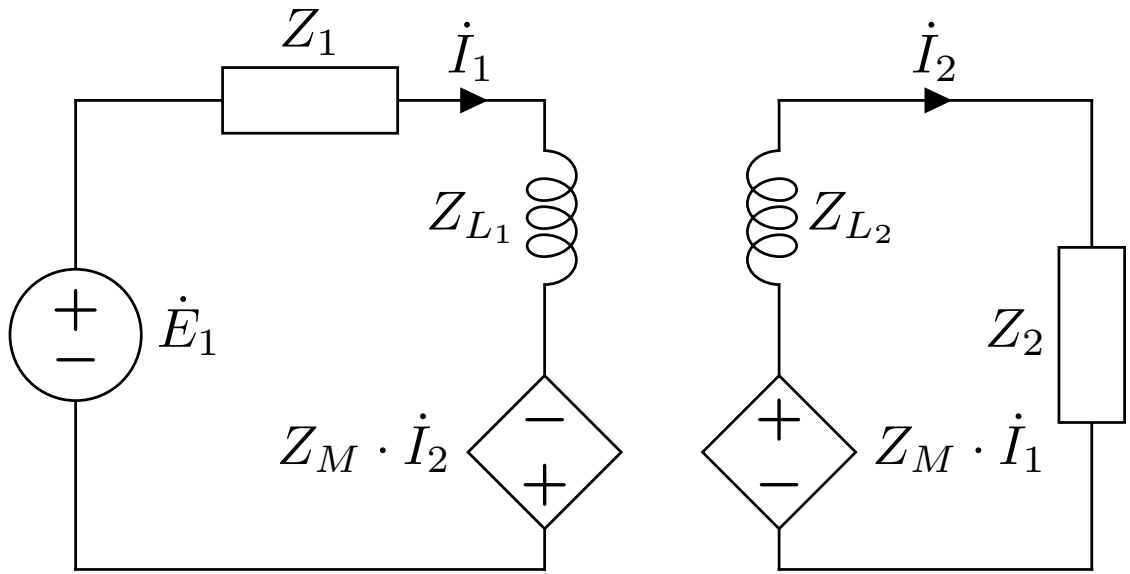
Thay số

$$(5 + j11)\,\dot{I}_1 - j6\dot{I}_2 = 12\underline{/0^\circ}$$
$$-j6\dot{I}_1 + (5 + j4)\,\dot{I}_2 = 0$$

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.1

$\dot{E}_1 = 12\underline{/0°}$ V;
$Z_1 = 5 + j3$ (Ω);
$Z_{L_1} = j8$ (Ω);
$Z_{L_2} = j6$ (Ω);
$Z_M = j6$ (Ω);
$Z_2 = 5 - j2$ (Ω)



Các dòng điện

$\dot{I}_1 = 0{,}9992\underline{/-38{,}57°}$ (A)
$\dot{I}_2 = 0{,}9363\underline{/12{,}77°}$ (A)

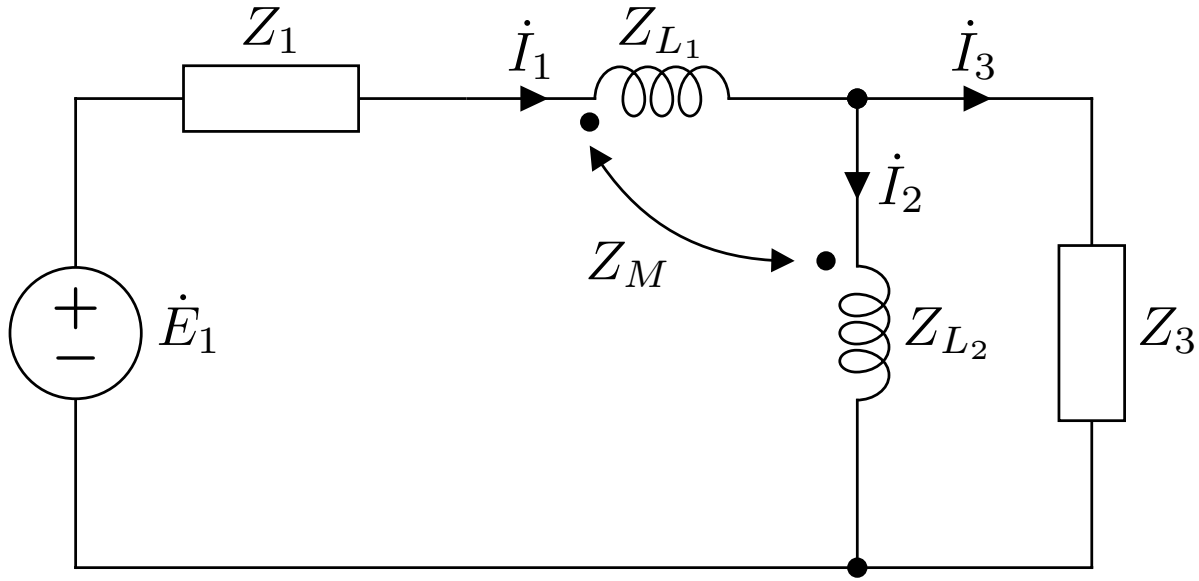
Điện áp trên các cuộn dây

$\dot{U}_{L_1} = Z_{L_1}\dot{I}_1 - Z_M\dot{I}_2 = 6{,}2728\underline{/7{,}06°}$ (V)
$\dot{U}_{L_2} = Z_{L_2}\dot{I}_2 - Z_M\dot{I}_1 = 5{,}0419\underline{/170{,}97°}$ (V)

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.2

$\dot{E}_1 = 12\angle 0°$ V;
$Z_1 = 5 + j3$ (Ω);
$Z_{L_1} = j8$ (Ω);
$Z_{L_2} = j6$ (Ω);
$Z_M = j6$ (Ω);
$Z_3 = 5 - j2$ (Ω)



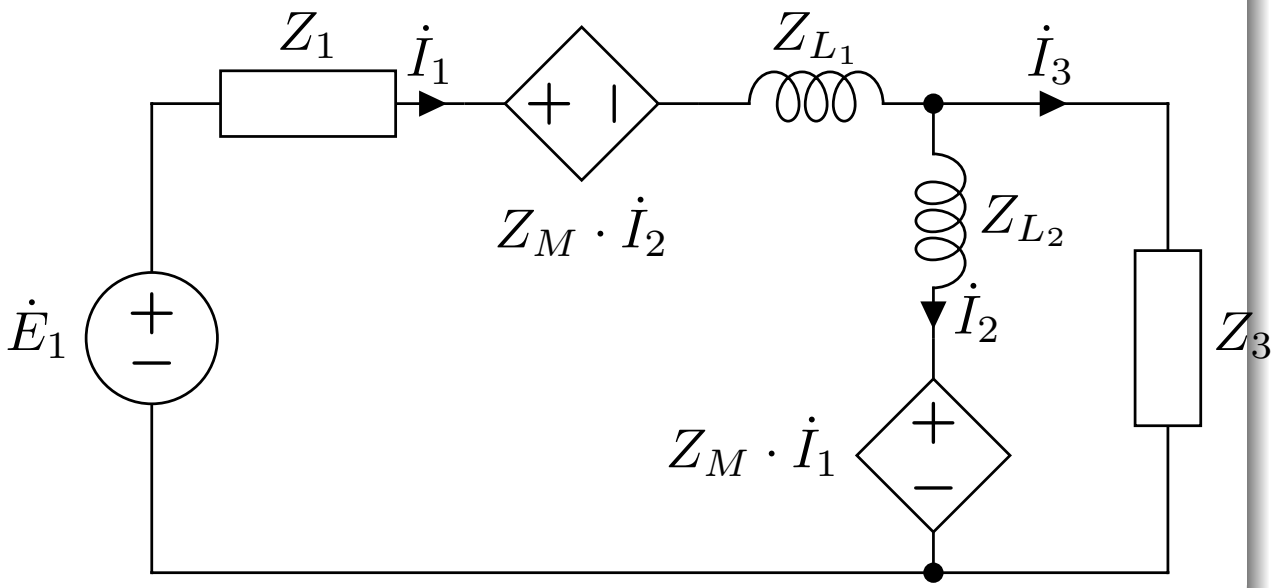
- Xác định dấu hỗ cảm: sức điện động hỗ cảm (thành phần M) cùng dấu sức điện động tự cảm (thành phần L)

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.2

Chuyển sang mô hình tương đương CCVS

$\dot{E}_1 = 12\angle 0^\circ$ V;
$Z_1 = 5 + j3\ (\Omega)$;
$Z_{L_1} = j8\ (\Omega)$;
$Z_{L_2} = j6\ (\Omega)$;
$Z_M = j6\ (\Omega)$;
$Z_3 = 5 - j2\ (\Omega)$



Hệ phương trình dòng vòng

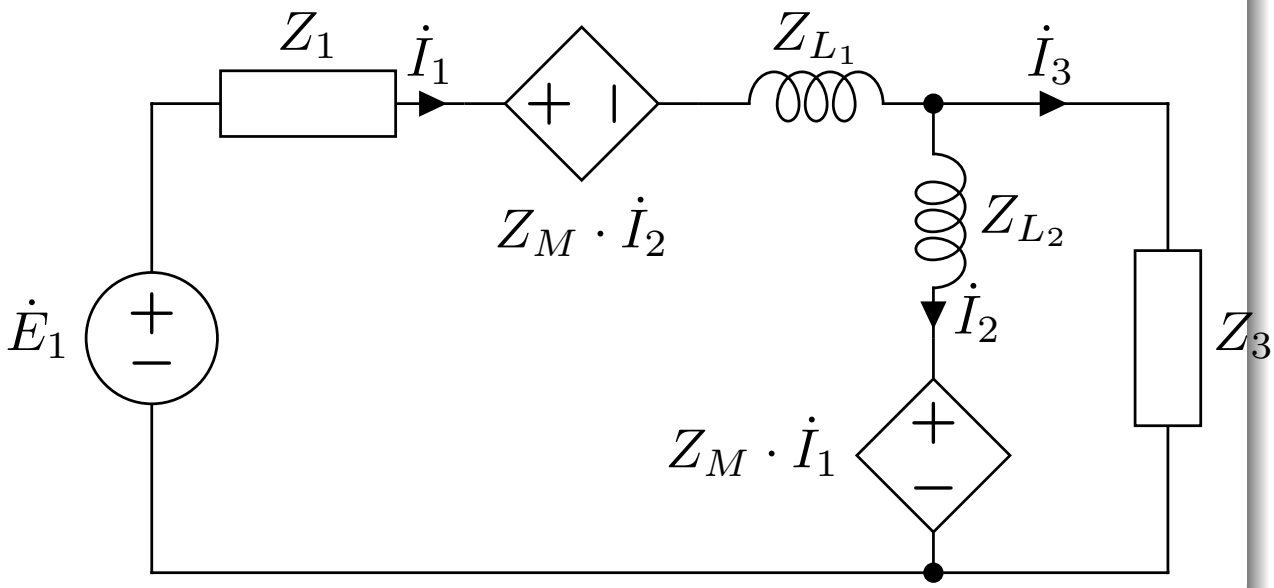
$$(Z_1 + Z_{L_1} + Z_{L_2} + 2Z_M)\dot{I}_{V1} - (Z_{L_2} + Z_M)\dot{I}_{V2} = \dot{E}_1$$
$$-(Z_{L_2} + Z_M)\dot{I}_{V1} + (Z_3 + Z_{L_2})\dot{I}_{V2} = 0$$

Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm

Ví dụ 7.2

Chuyển sang mô hình tương đương CCVS

$\dot{E}_1 = 12\underline{/0^\circ}$ V;
$Z_1 = 5 + j3$ (Ω);
$Z_{L_1} = j8$ (Ω);
$Z_{L_2} = j6$ (Ω);
$Z_M = j6$ (Ω);
$Z_3 = 5 - j2$ (Ω)



Thay số

$$(5 + j29)\,\dot{I}_{V1} - j12\dot{I}_{V2} = 12\underline{/0^\circ}$$
$$-j12\dot{I}_{V1} + (5 + j4)\,\dot{I}_{V2} = 0$$

$\Rightarrow$ Các dòng điện vòng

$$\dot{I}_{V1} = 0{,}4434\underline{/-33{,}53^\circ}\ (\text{A})$$
$$\dot{I}_{V2} = 0{,}8309\underline{/17{,}81^\circ}\ (\text{A})$$

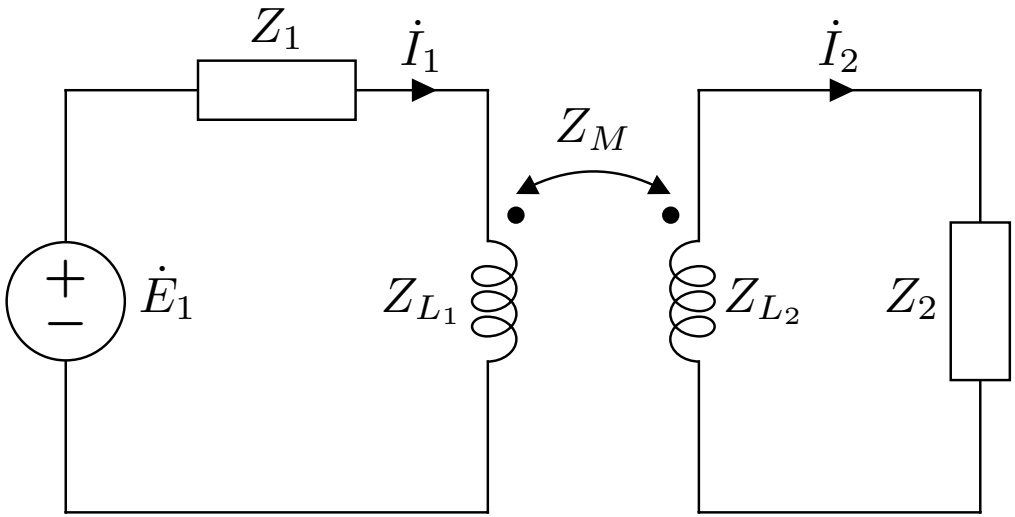
Nội dung chương

7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Hiện tượng hỗ cảm
- Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Công suất hỗ cảm
- Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

Công suất hỗ cảm

Quay lại Ví dụ 7.1

$$\dot{I}_1 = 0{,}9992\angle -38{,}57^\circ \text{ (A)}$$
$$\dot{I}_2 = 0{,}9363\angle 12{,}77^\circ \text{ (A)}$$
$$\dot{U}_{L_1} = 6{,}2728\angle 7{,}06^\circ \text{ (V)}$$
$$\dot{U}_{L_2} = 5{,}0419\angle 170{,}97^\circ \text{ (V)}$$



Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên các cuộn dây không vuông pha

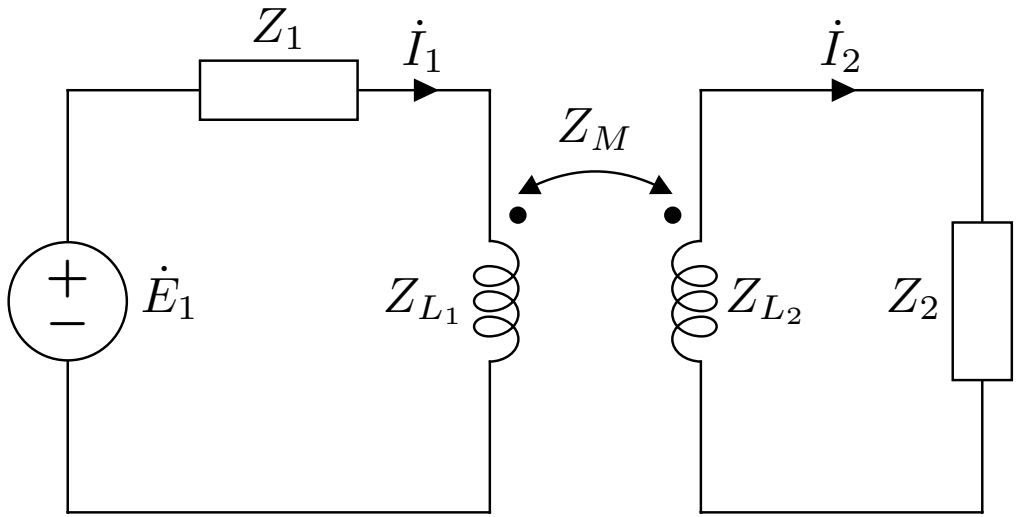
$\Rightarrow$ Tồn tại công suất "tiêu thụ" trên các cuộn dây hỗ cảm

$$P_{L_1} = |\dot{U}_1| \cdot |\dot{I}_1| \cdot \cos\left(\angle\dot{U}_1 - \angle\dot{I}_1\right) = 4{,}3828 \text{ (W)}$$
$$P_{L_2} = |\dot{U}_2| \cdot |\dot{I}_2| \cdot \cos\left(\angle\dot{U}_2 - \angle\dot{I}_2\right) = -4{,}3828 \text{ (W)}$$

Công suất hỗ cảm

Quay lại Ví dụ 7.1

$$P_{L_1} = 4{,}3828 \text{ (W)}$$
$$P_{L_2} = -4{,}3828 \text{ (W)}$$
$$P_{Z_2} = -P_{L_2}$$



⇒ Nhận xét

- Tổng công suất tiêu thụ trên 2 cuộn dây $P_{L_1} + P_{L_2} = 0$
- Bản chất công suất hỗ cảm là sự truyền năng lượng dưới dạng từ trường giữa các cuộn dây ở các vị trí khác nhau trong mạch điện
- Cuộn có $P > 0$ là cuộn sơ cấp; cuộn có $P < 0$ là cuộn thứ cấp

Nội dung chương

7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Hiện tượng hỗ cảm
- Các phương pháp giải mạch có hỗ cảm
- Công suất hỗ cảm
- Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

- Mạch tuyến tính có hỗ cảm vẫn là mạch tuyến tính ⇒ các định lý Thévenin–Norton vẫn đúng
- Các nhánh chứa hỗ cảm được chuyển thành sơ đồ tương đương chứa nguồn phụ thuộc

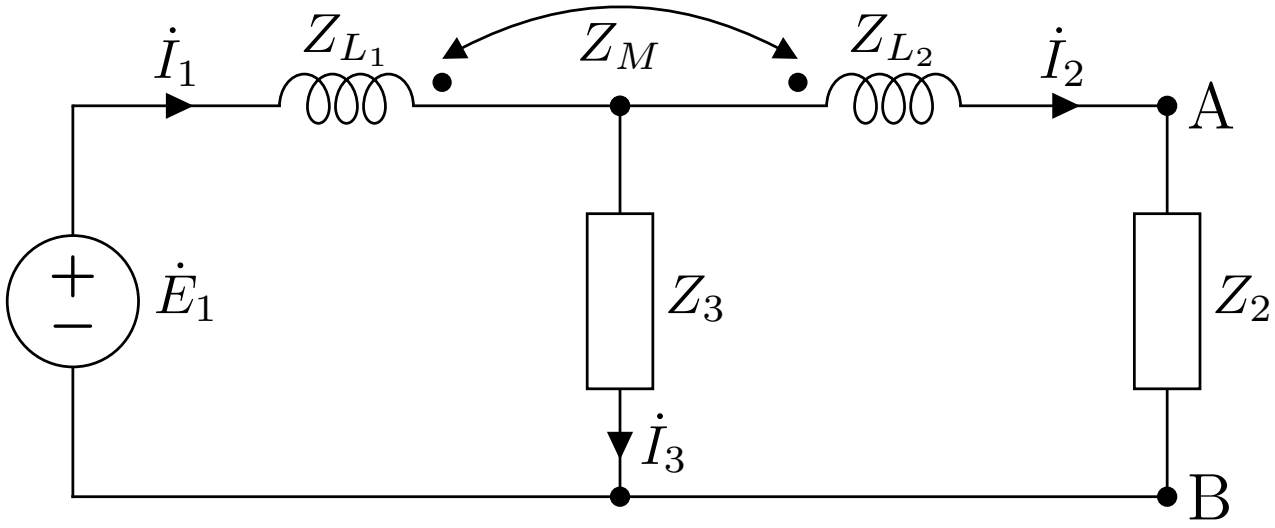
⇒ Khi tính tổng trở tương đương cần tính "gián tiếp" bằng 1 trong 2 cách (ra cùng kết quả):

1. $Z_{\text{tđ}} = \dfrac{\dot{U}_{\text{hở}}}{\dot{I}_{\text{ngắn}}} = \dfrac{\dot{E}_{\text{Th}}}{\dot{J}_{\text{N}}}$
2. Lắp thêm nguồn trên cửa (hoặc tính hàm truyền của áp và dòng trên cửa): $Z_{\text{tđ}} = \dfrac{\dot{U}_{\text{cửa}}}{\dot{I}_{\text{cửa}}}$

Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

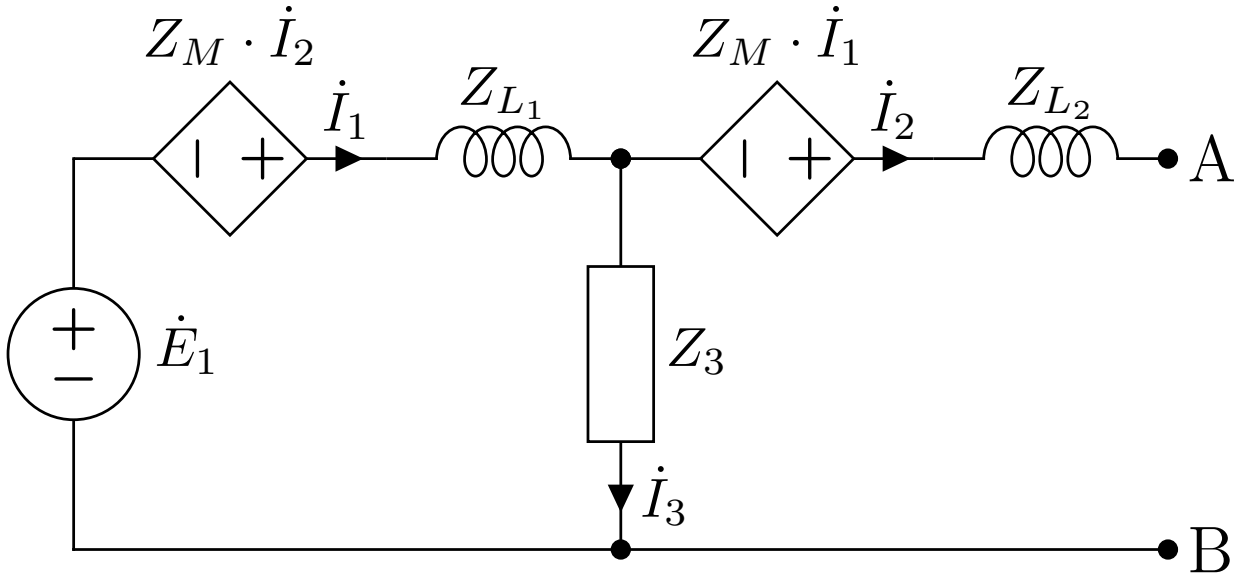
Ví dụ 7.3

Tìm Z_2 để đạt hoà hợp tải trên cửa AB



Mạng một cửa có chứa hỗ cảm

$\Rightarrow$ Mô hình tương đương dùng nguồn phụ thuộc



- Tính $\dot{U}_{\text{hở}}$
- Tính $\dot{I}_{\text{ngắn}}$
- Tính $Z_{\text{tđ}} = \dfrac{\dot{U}_{\text{hở}}}{\dot{I}_{\text{ngắn}}} \Rightarrow$ Hoà hợp tải khi $Z_2 = Z_{\text{tđ}}^*$

Nội dung môn học

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung chương

8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

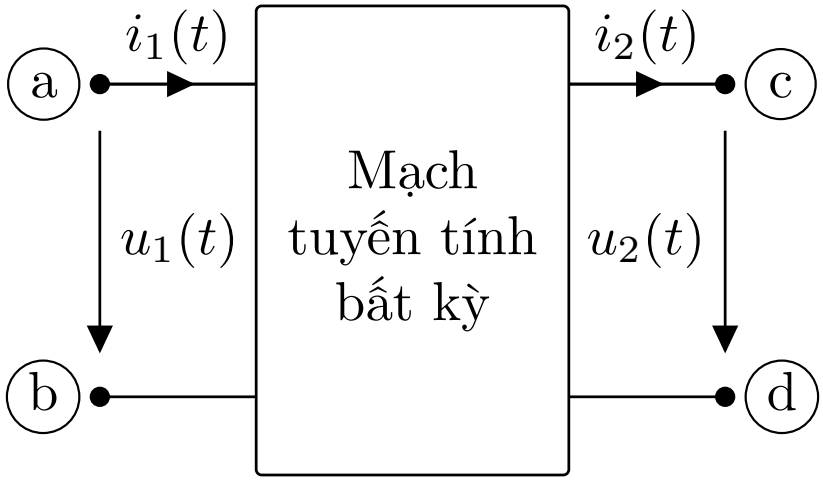
Nội dung chương

8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Khái niệm mạng hai cửa

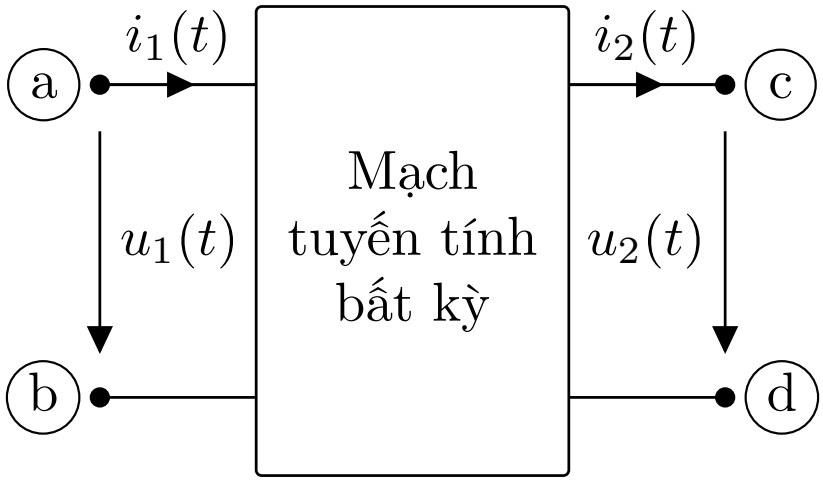
- Trong nhiều trường hợp, ta cần chia mạch điện thành các *mạch con* nối với nhau.
- Các mạch con này gọi là các **mạng**, nối với nhau qua các **cặp nút**
- Mỗi *nút* đó gọi là một **cực**; một *cặp nút* tạo thành một **cửa**
- Các mạng (mạch con) tương tác với nhau qua những *cặp biến trạng thái* dòng và áp trên các cửa
- *Mạng một cửa* đã học ở Chương 6
- Chương này xét **mạng hai cửa**
- Có thể mở rộng khái niệm mạng hai cửa cho mạng nhiều cửa

Khái niệm mạng hai cửa



- Một mạng hai cửa có 2 cặp biến trạng thái u_1, i_1 và u_2, i_2
- Trên mỗi cửa, dòng chảy vào ở cực này bằng dòng chảy ra ở cực kia
- Chú ý quy ước về chiều của dòng điện và điện áp trên mỗi cửa
- Trong phạm vi môn Lý thuyết Mạch, ta chỉ xét mạng hai cửa không chứa nguồn độc lập (nhưng có thể chứa nguồn phụ thuộc)
- Các phương trình cho mạng hai cửa một chiều và điều hoà có dạng tương tự nhau → bài giảng chỉ viết công thức cho một loại

Các quan hệ đặc trưng của mạng hai cửa



- Mối quan hệ u_1, i_1 theo u_2, i_2 → ma trận **A** (truyền đạt thuận)
- Mối quan hệ u_2, i_2 theo u_1, i_1 → ma trận **B** (truyền đạt ngược)
- Mối quan hệ u_1, u_2 theo i_1, i_2 → ma trận **Z** (trở kháng)
- Mối quan hệ i_1, i_2 theo u_1, u_2 → ma trận **Y** (dẫn nạp)
- Mối quan hệ u_1, i_2 theo i_1, u_2 → ma trận **H** (hỗn hợp thuận)
- Mối quan hệ i_1, u_2 theo u_1, i_2 → ma trận **G** (hỗn hợp ngược)

Các ma trận thông số của mạng hai cửa

- Là các ma trận vuông có kích thước $2 \times 2 \rightarrow$ mỗi ma trận có 4 thông số cần xác định
- Môn Lý thuyết Mạch thường quan tâm các ma trận **A**, **Z**, và **Y** do chúng phù hợp với các phương pháp giải mạch thường dùng:
  - Ma trận **A** thuận tiện tính tổng trở tương đương
  - Ma trận **Z** thuận tiện cho phương pháp dòng điện vòng
  - Ma trận **Y** thuận tiện cho phương pháp điện thế nút
  - Chú ý: thuận tiện nhưng không bắt buộc
- Ví dụ ma trận **A**

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = a_{11} \cdot \dot{U}_2 + a_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = a_{21} \cdot \dot{U}_2 + a_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

Nội dung chương

8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa

- Các ma trận thông số của mạng hai cửa chỉ phụ thuộc vào bản thân cấu trúc mạch của mạng, không phụ thuộc vào các đại lượng bên ngoài

Có 2 phương pháp phổ biến để xác định thông số mạng hai cửa

1. Đo trạng thái hở mạch hoặc ngắn mạch một cửa của mạng
2. Cho một ma trận của mạng, xác định các ma trận còn lại

Phương pháp đo hở/ngắn mạch

Ma trận **A**

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = a_{11} \cdot \dot{U}_2 + a_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = a_{21} \cdot \dot{U}_2 + a_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

- Hở mạch cửa 2 $\Rightarrow \dot{I}_2 = 0$

$$a_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$a_{21} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

- Ngắn mạch cửa 2 $\Rightarrow \dot{U}_2 = 0$

$$a_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$a_{22} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

- a_{11} và a_{22} không có đơn vị
- a_{12} có đơn vị là Ω; a_{21} có đơn vị là S

Phương pháp đo hở/ngắn mạch

Ma trận **Z**

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = z_{11} \cdot \dot{I}_1 + z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = z_{21} \cdot \dot{I}_1 + z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

- Hở mạch cửa 2 $\Rightarrow \dot{I}_2 = 0$

$$z_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$z_{21} = \left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

- Hở mạch cửa 1 $\Rightarrow \dot{I}_1 = 0$

$$z_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$z_{22} = \left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

- Các thông số của ma trận **Z** đều có đơn vị là Ω

Phương pháp đo hở/ngắn mạch

Ma trận **Y**

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = y_{11} \cdot \dot{U}_1 + y_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = y_{21} \cdot \dot{U}_1 + y_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

- Ngắn mạch cửa 2 $\Rightarrow \dot{U}_2 = 0$

$$y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$y_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

- Ngắn mạch cửa 1 $\Rightarrow \dot{U}_1 = 0$

$$y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$

$$y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$

- Các thông số của ma trận **Y** đều có đơn vị là S

Phương pháp chuyển đổi giữa các ma trận

- Cấu trúc mạng hai cửa là xác định duy nhất

$\Rightarrow$ Các ma trận thông số có thể được biến đổi tương đương cho nhau

- Dễ thấy:
  - $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$
  - $\mathbf{H} = \mathbf{G}^{-1}$
- Với các ma trận khác có thể xây dựng công thức biến đổi
- Ví dụ: từ $\mathbf{A}$ sang $\mathbf{Z}$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}}{a_{21}} & -\dfrac{\det(\mathbf{A})}{a_{21}} \\ \dfrac{1}{a_{21}} & -\dfrac{a_{22}}{a_{21}} \end{bmatrix}$$

- Với các chuyển đổi khác: tra bảng trong các tài liệu

⚠ Chú ý quy ước chiều của dòng i_2 trong các tài liệu sẽ ảnh hưởng tới dấu của các thông số

Nội dung chương

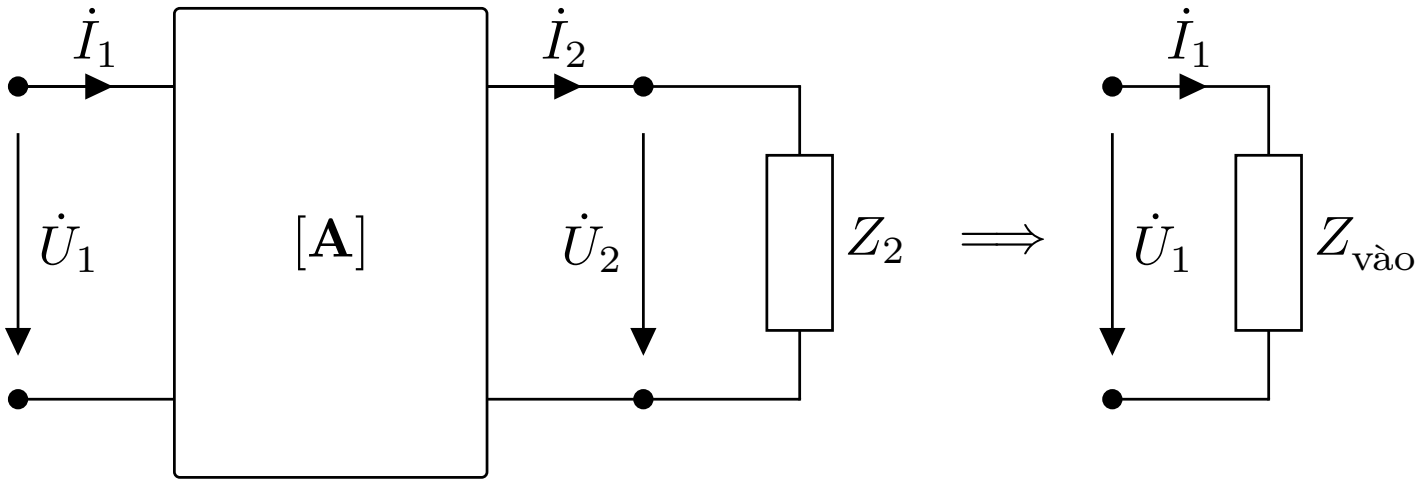
8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Phương pháp tổng trở tương đương với ma trận A

- Phù hợp với mạch có nguồn ở cổng vào và tải ở cổng ra
- Cách làm:
  - Tìm tổng trở tương đương nhìn từ cửa vào
  - Dựa vào quan hệ theo **A** $\rightarrow$ thuận tiện tính tổng trở tương đương

$\Rightarrow$ Tính cặp biến dòng và áp ở cổng vào

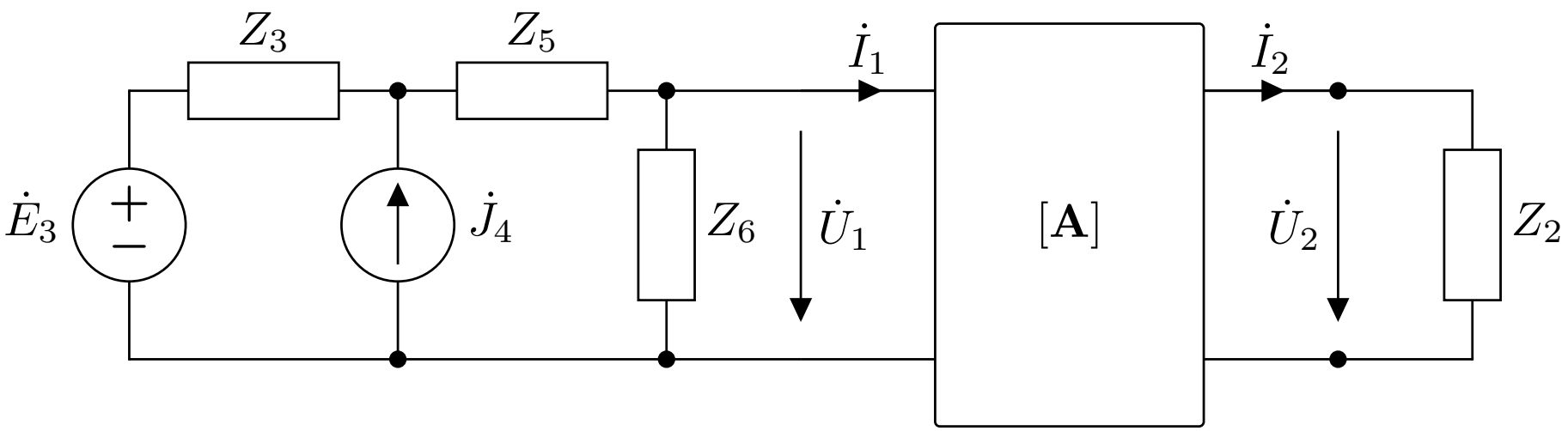
$\Rightarrow$ Tính cặp biến dòng và áp ở cổng ra



$$Z_{\text{vào}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{a_{11}\cdot\dot{U}_2 + a_{12}\cdot\dot{I}_2}{a_{21}\cdot\dot{U}_2 + a_{22}\cdot\dot{I}_2} \text{ với } \dot{U}_2 = Z_2\cdot\dot{I}_2 \Rightarrow Z_{\text{vào}} = \frac{a_{11}\cdot Z_2 + a_{12}}{a_{21}\cdot Z_2 + a_{22}}$$

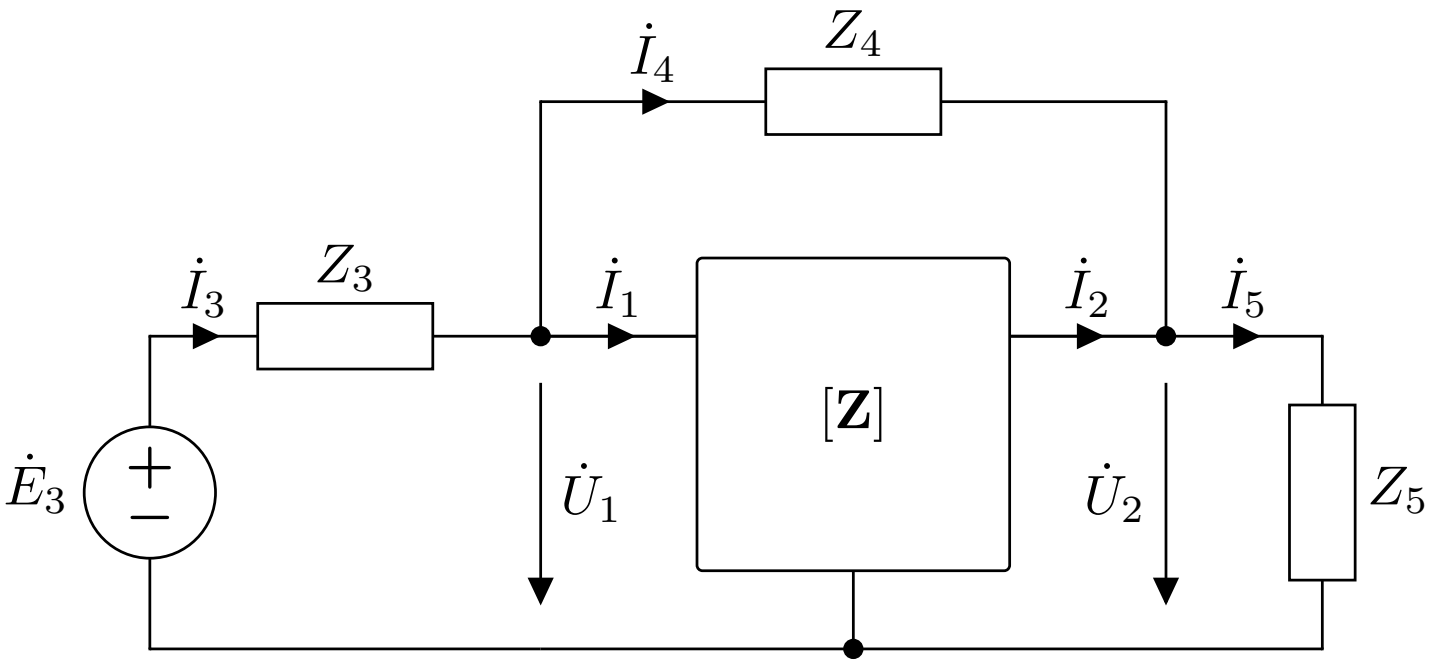
Phương pháp tổng trở tương đương với ma trận **A**

Ví dụ 8.1: Tính các cặp biến dòng và áp trên 2 cửa



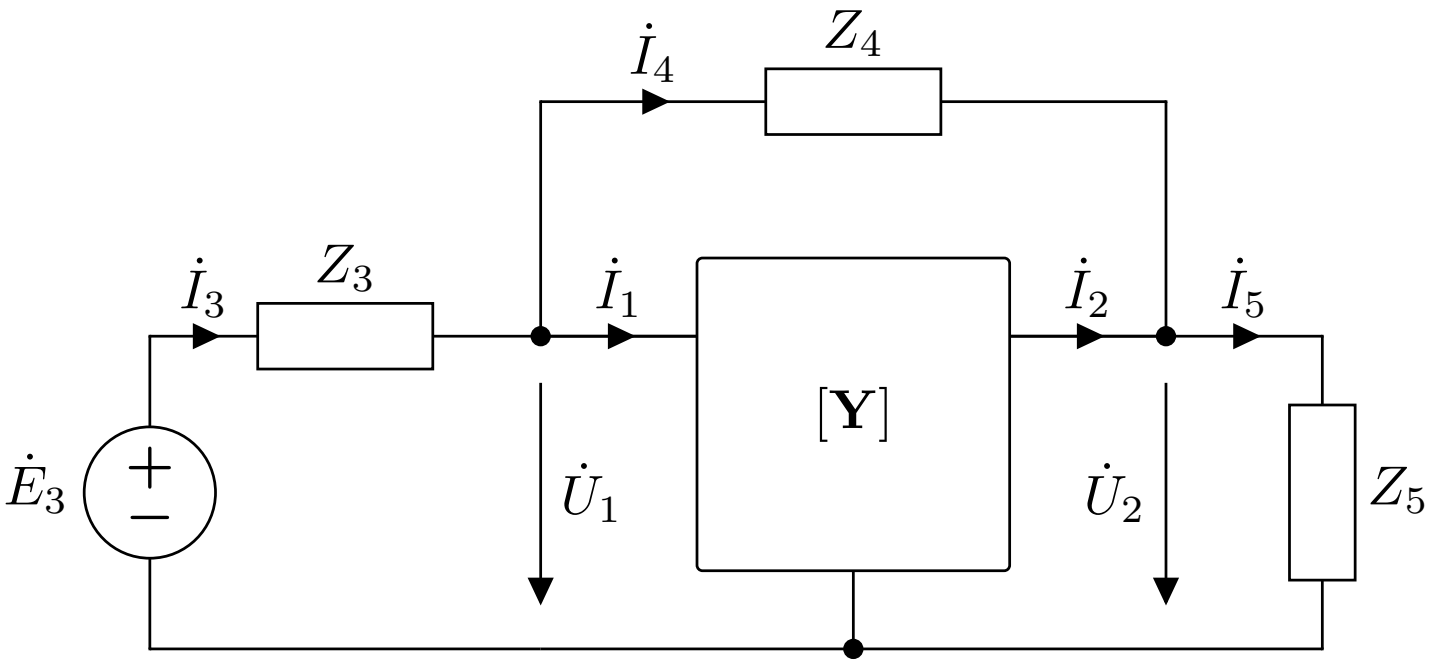
Phương pháp dòng điện vòng với ma trận **Z**

Ví dụ 8.2: Tính các cặp biến dòng và áp trên 2 cửa



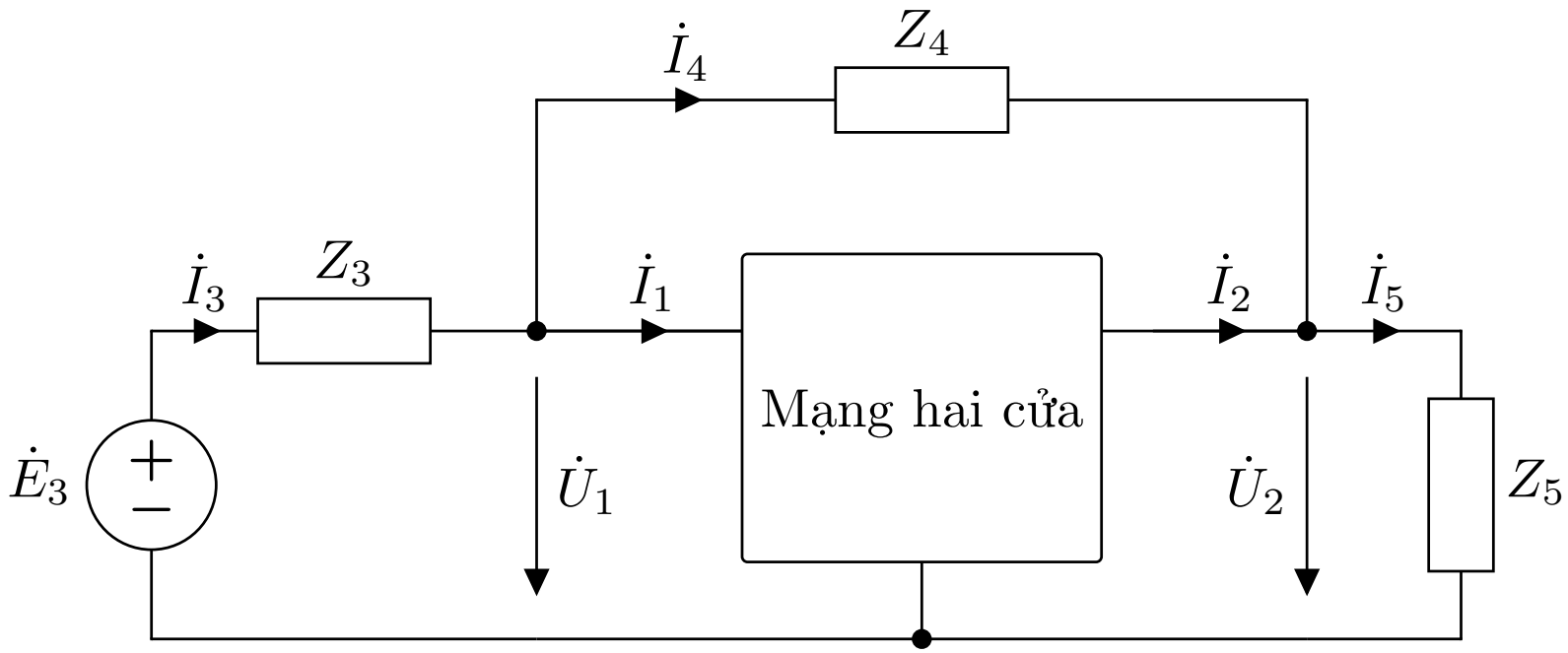
Phương pháp điện thế nút với ma trận **Y**

Ví dụ 8.3: Tính các cặp biến dòng và áp trên 2 cửa



Mạng hai cửa tương đương hình T và hình Π

Mô hình tương đương của mạng hai cửa



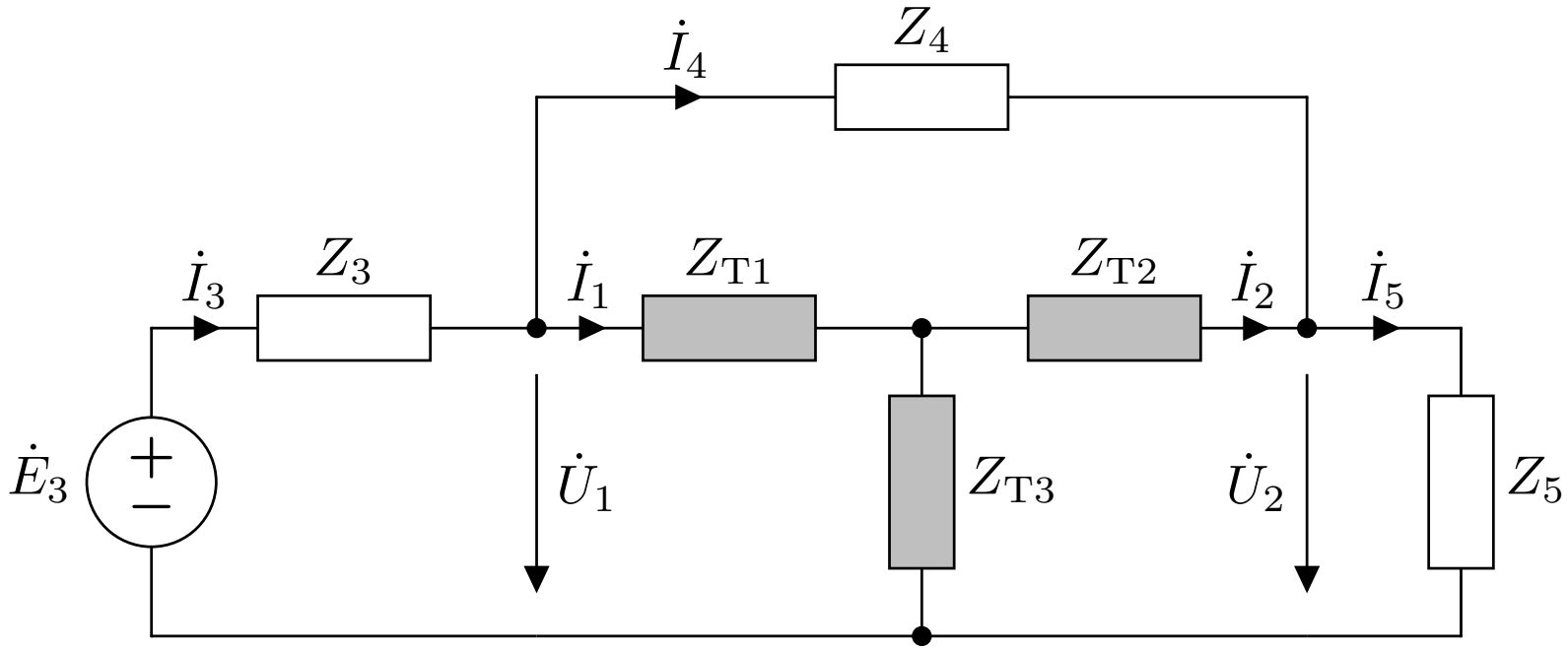
- Những mạng hai cửa có cùng bộ thông số là tương đương nhau

$\Rightarrow$ Có thể xây dựng các mô hình mạch tương đương của mạng hai cửa

- Có 2 mô hình phổ biến là mạng hình T và mạng hình Π

Mạng hai cửa tương đương hình T và hình Π

Mô hình mạng hai cửa hình T

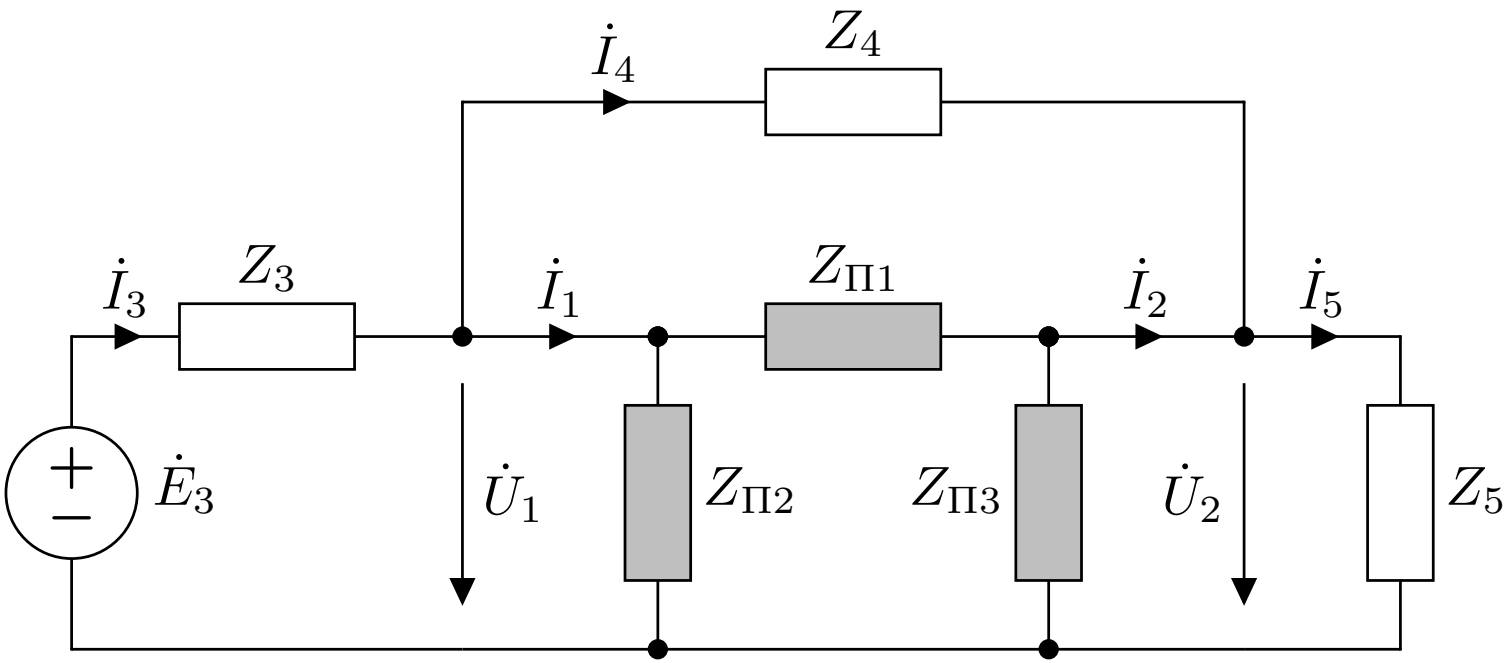


- Tính các ma trận đặc trưng từ bộ thông số trở kháng tương đương: dựa vào các đặc tính ngắn mạch và hở mạch mỗi cửa

$\Rightarrow$ Từ đó có thể xây dựng ngược lại công thức tính các trở kháng tương đương từ các ma trận đặc trưng.

Mạng hai cửa tương đương hình T và hình Π

Mô hình mạng hai cửa hình Π



- Tương tự mạng hình T
- Còn có những sơ đồ tương đương khác

Nội dung chương

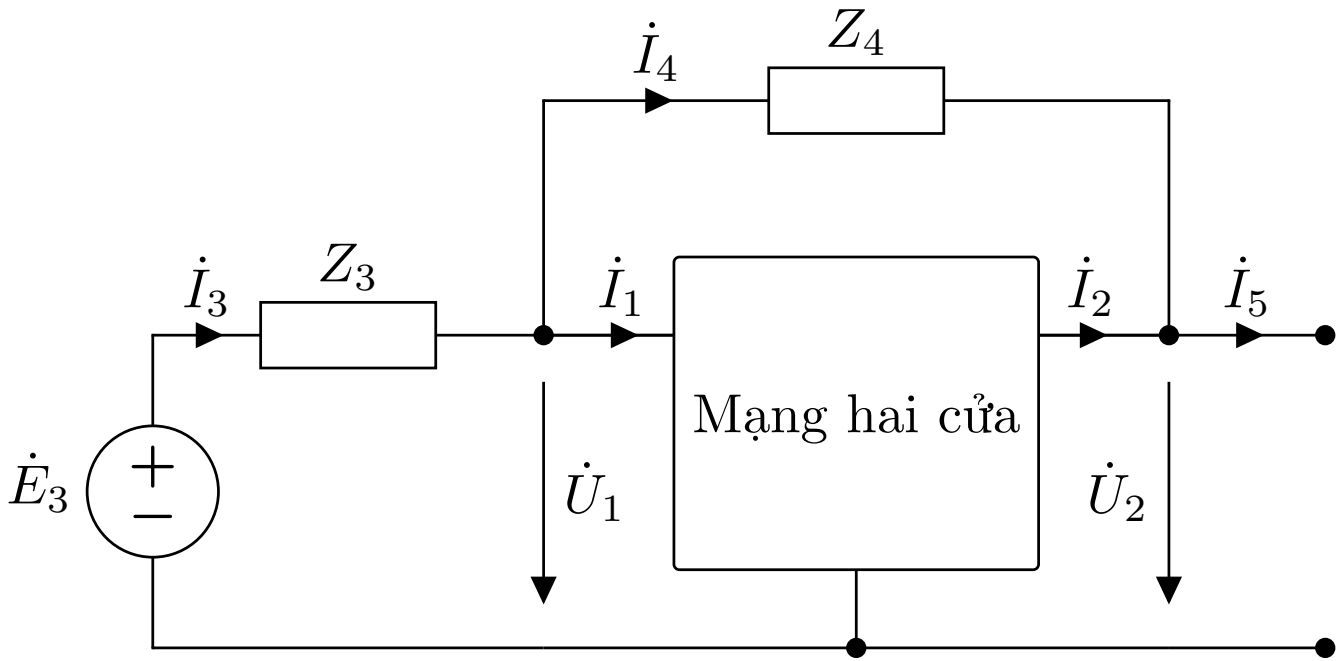
8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Mạng một cửa có chứa mạng hai cửa

- Mạch có chứa mạng hai cửa tuyến tính cũng là mạch tuyến tính

$\Rightarrow$ Các định lý Thévenin–Norton vẫn đúng

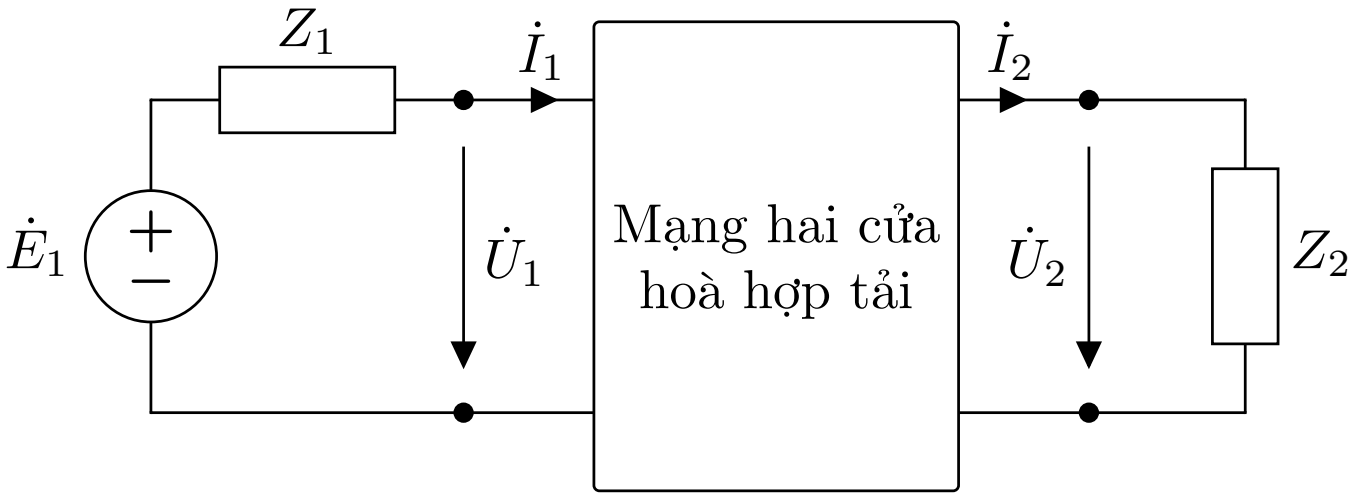
Ví dụ 8.4: Tìm sơ đồ tương đương Thévenin-Norton cho mạng [**Y**]



⚠ Chú ý: dòng $\dot{I}_2$ khi hở mạch $\neq 0$

Dùng mạng hai cửa để hoà hợp tải

- Có thể mắc mạng hai cửa giữa nguồn và tải để đạt công suất truyền cực đại
- Cách làm: tính tổng trở tương đương sau đó cân bằng trở kháng nguồn và tải



Nội dung chương

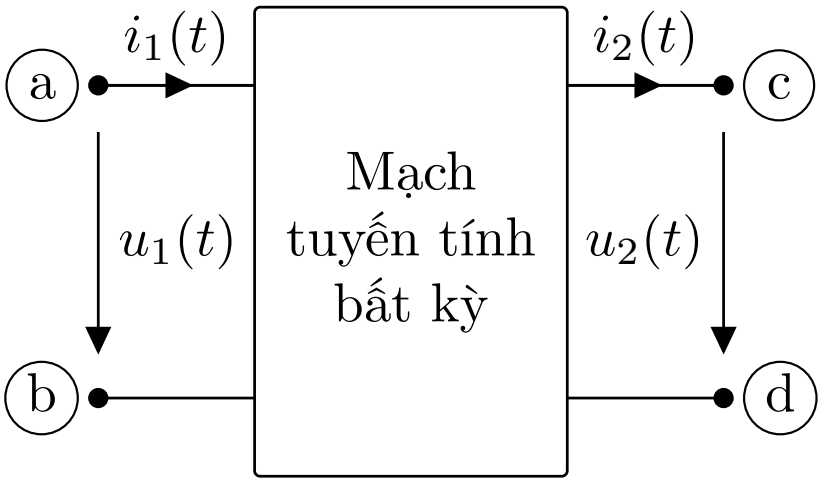
8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện

- Cho đến nay, ta đã xây dựng các phương trình đặc tính là mối quan hệ giữa dòng và áp trên các phần tử
- Có thể mở rộng mối quan hệ cho các biến trạng thái dòng và áp ở các vị trí bất kỳ trong mạch
- Với mạch tuyến tính, các mối quan hệ này là xác định và duy nhất

$\Rightarrow$ Gọi là các **quan hệ tuyến tính** giữa các biến trạng thái

$\Rightarrow$ Tỷ số giữa các biến trạng thái gọi là **hàm truyền đạt**



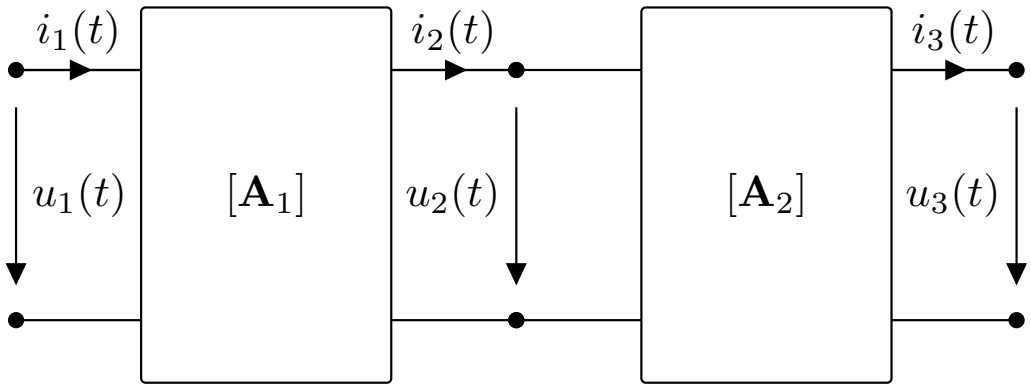
- Hàm truyền đạt áp $k_u = \dfrac{u_2}{u_1}$
- Hàm truyền đạt dòng: $k_i = \dfrac{i_2}{i_1}$
- Hàm truyền đạt trở kháng $k_Z = \dfrac{u_2}{i_1}$ và dẫn nạp $k_Y = \dfrac{i_2}{u_1}$

Nội dung chương

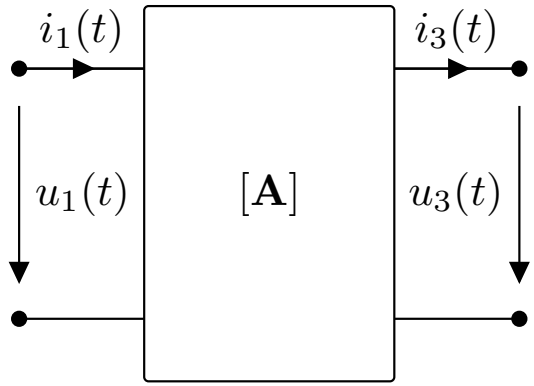
8 Mạng hai cửa
- Mô hình mạng hai cửa
- Các phương pháp xác định thông số mạng hai cửa
- Các phương pháp giải mạch với mạng hai cửa
- Định lý Thévenin–Norton cho mạch chứa mạng hai cửa
- Khái niệm hàm truyền đạt trong mạch điện
- Ghép nối các mạng hai cửa

Mạng hai cửa mắc nối tầng

Khi mắc nối tầng, sử dụng ma trận $\mathbf{A}$ là thuận tiện nhất



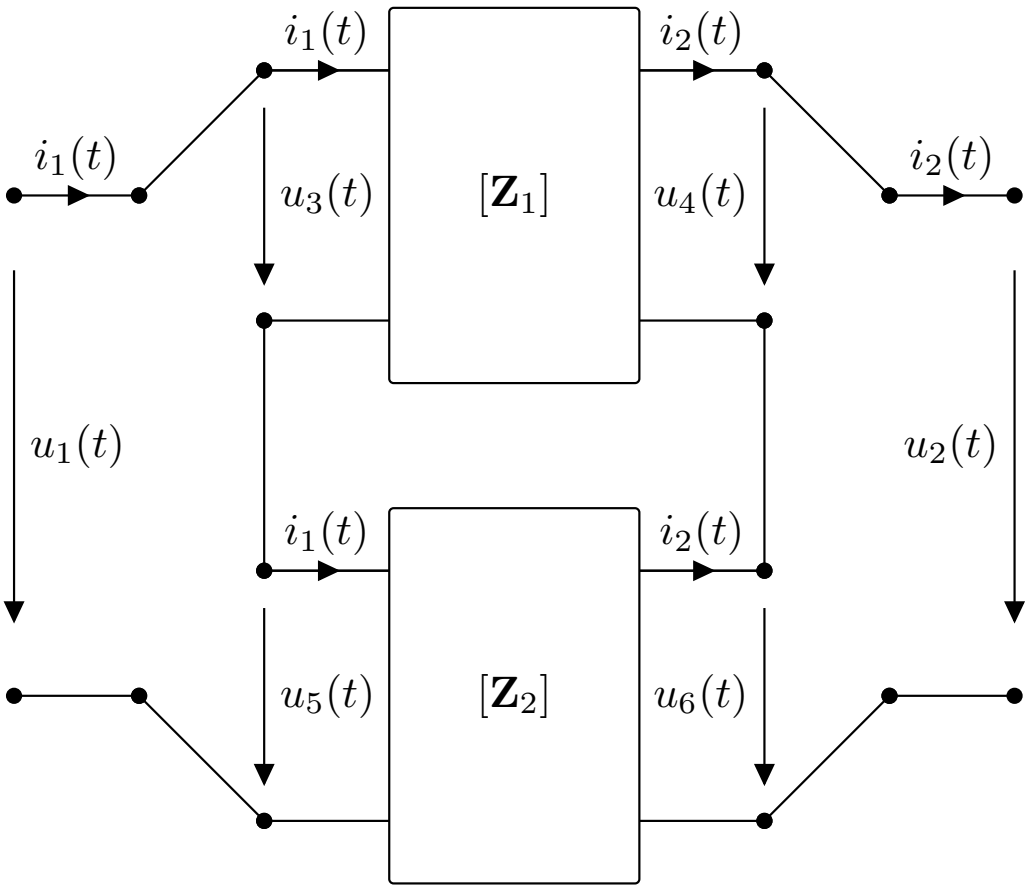
$$\Rightarrow \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2$$



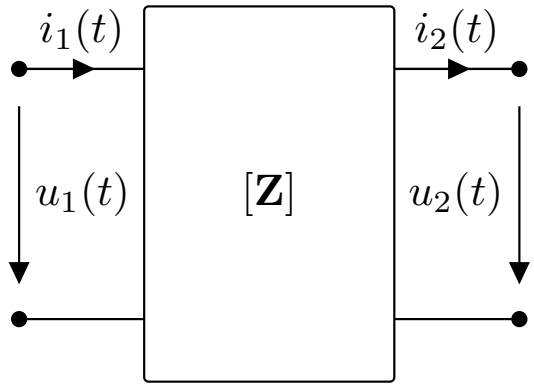
- Có chung dòng điện và điện áp trên cửa ghép nối

Mạng hai cửa mắc nối tiếp

Khi mắc nối tiếp, sử dụng ma trận $\mathbf{Z}$ là thuận tiện nhất



$$\Rightarrow \mathbf{Z} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$



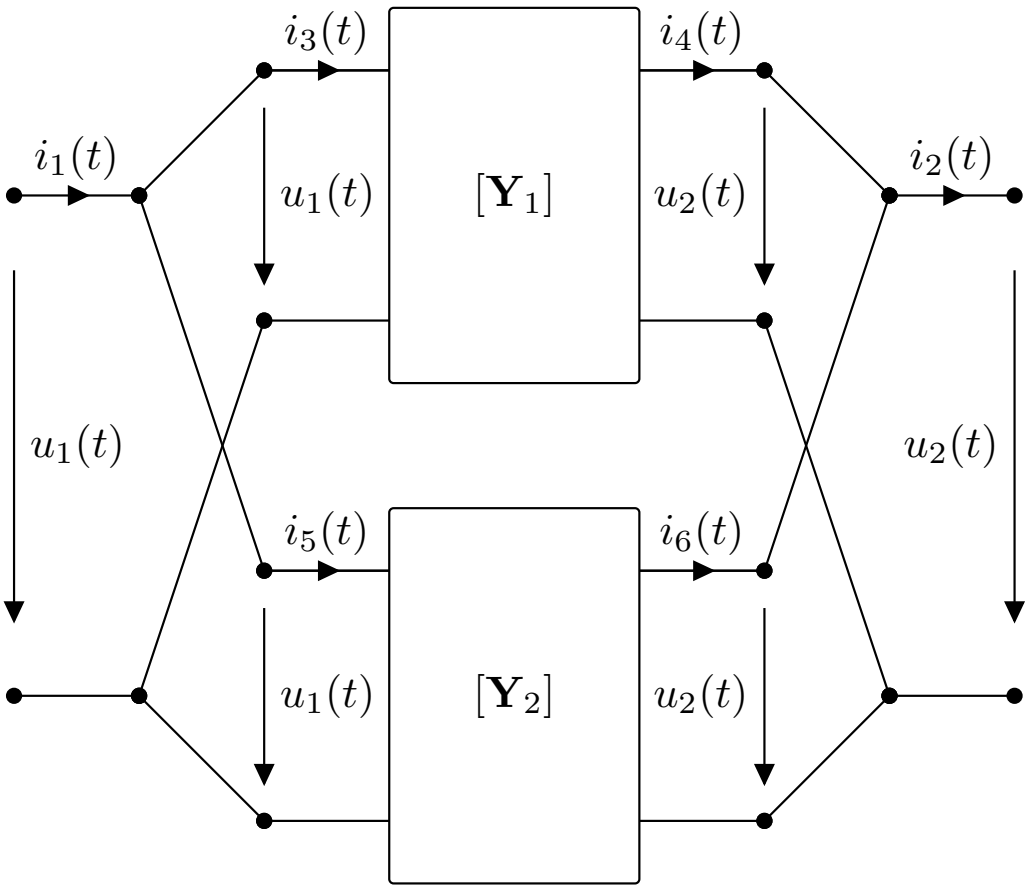
Trên mỗi cửa:

- Chung dòng điện
- Điện áp bằng tổng đại số các điện áp

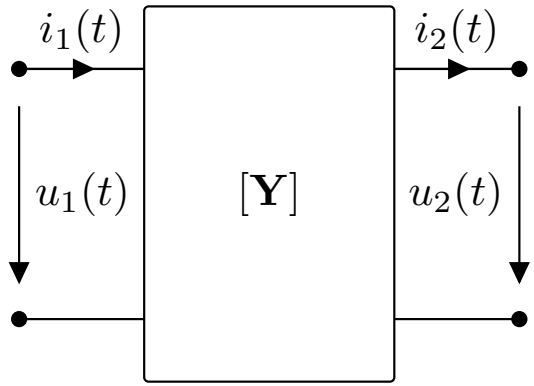
$\Rightarrow$ Gọi là mắc nối tiếp

Mạng hai cửa mắc song song

Khi mắc song song, sử dụng ma trận **Y** là thuận tiện nhất



$$\Rightarrow \mathbf{Y} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2$$



Trên mỗi cửa:

- Chung điện áp
- Dòng điện bằng tổng đại số các dòng điện

$\Rightarrow$ Gọi là mắc song song

Nội dung môn học

1. Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4. Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5. Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6. Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7. Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8. Mạng hai cửa
9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10. Mạch điện ba pha

Nội dung chương

9. Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
   - Ứng dụng nguyên lý xếp chồng trong mạch nhiều tần số
   - Công suất trong mạch nhiều tần số
   - Mạch với nguồn dao động không điều hoà – Phương pháp Fourier
   - Đặc tính tần số của hàm truyền đạt – Lọc điện

Nội dung chương

9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
- Ứng dụng nguyên lý xếp chồng trong mạch nhiều tần số
- Công suất trong mạch nhiều tần số
- Mạch với nguồn dao động không điều hoà – Phương pháp Fourier
- Đặc tính tần số của hàm truyền đạt – Lọc điện

Mạch có nhiều tần số

Mạch có nhiều tần số

- Cho đến nay, ta chỉ xét mạch một chiều (coi như tần số bằng 0) và mạch điều hoà có các nguồn cùng tần số
- Trong nhiều trường hợp, các nguồn trong mạch có thể có tần số khác nhau

Vấn đề

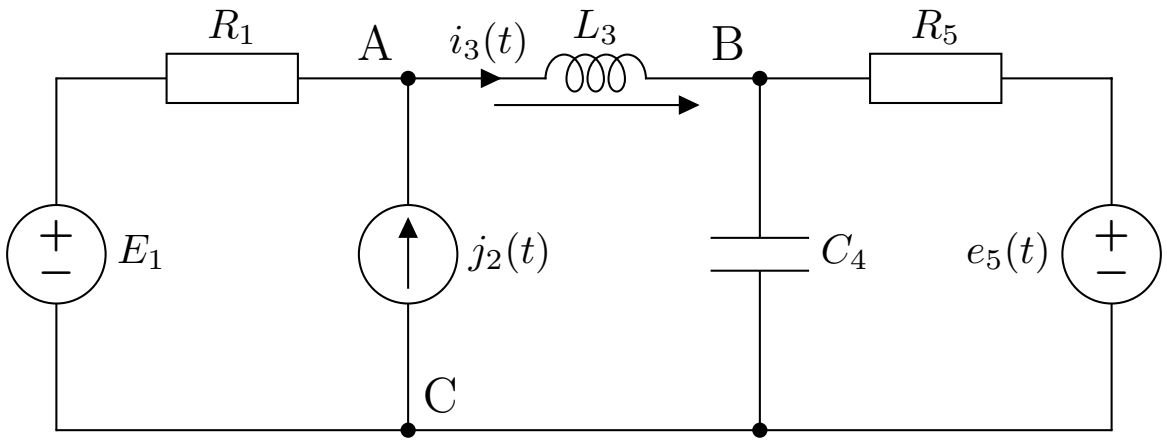
- Phương pháp ảnh phức chỉ dùng được cho mạch điều hoà có các nguồn cùng tần số

Cách giải quyết

- Lần lượt giải mạch với từng tần số bằng cách triệt tiêu các nguồn có tần số khác (ngắn mạch nguồn áp, hở mạch nguồn dòng)
- Xếp chồng lời giải *trên miền thời gian*

Mạch có nhiều tần số

Ví dụ 9.1: Tính dòng $i_3(t)$



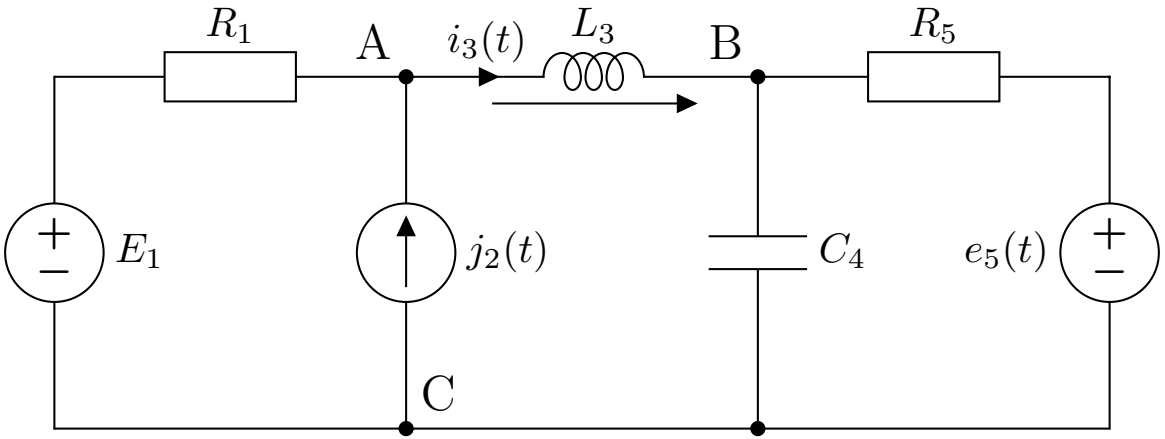
$E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 10\,\Omega;$
$j_2(t) = \sqrt{2}\sin(5t + 15°)\,\text{A};$
$L_3 = 1\,\text{H};\ C_4 = 0{,}02\,\text{F};$
$R_5 = 5\,\Omega;$
$e_5(t) = 12\sqrt{2}\sin(10t + 30°)\,\text{V}$

Cách giải

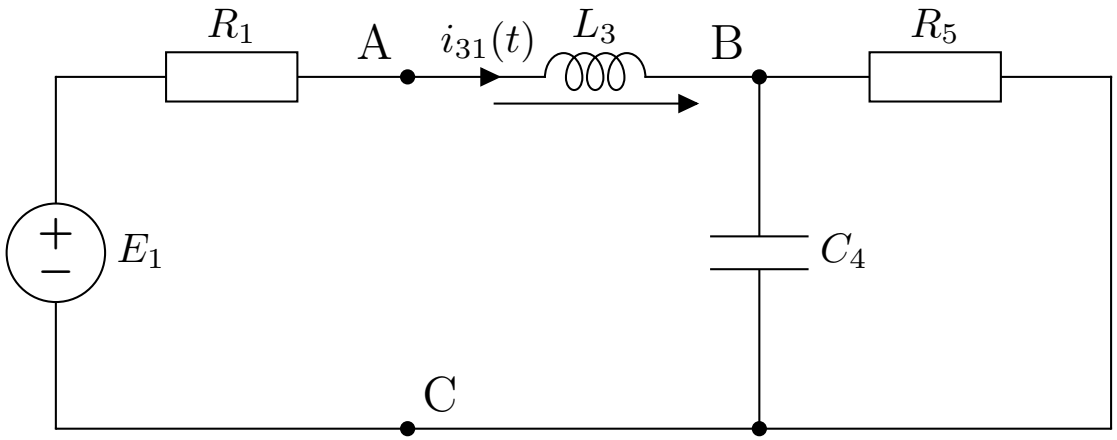
- $i_3(t) = i_{31}(t) + i_{32}(t) + i_{35}(t)$
- $i_{31}(t)$ là dòng qua L_3 khi chỉ có nguồn E_1 bật, nguồn $j_2(t)$ và $e_5(t)$ tắt
- $i_{32}(t)$ là dòng qua L_3 khi chỉ có nguồn $j_2(t)$ bật, nguồn E_1 và $e_5(t)$ tắt
- $i_{35}(t)$ là dòng qua L_3 khi chỉ có nguồn $e_5(t)$ bật, nguồn $j_2(t)$ và E_1 tắt

Mạch có nhiều tần số

Ví dụ 9.1: Tính dòng $i_3(t)$



$E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 10\,\Omega;$
$j_2(t) = \sqrt{2}\sin(5t + 15°)\,\text{A};$
$L_3 = 1\,\text{H};\ C_4 = 0{,}02\,\text{F};$
$R_5 = 5\,\Omega;$
$e_5(t) = 12\sqrt{2}\sin(10t + 30°)\,\text{V}$

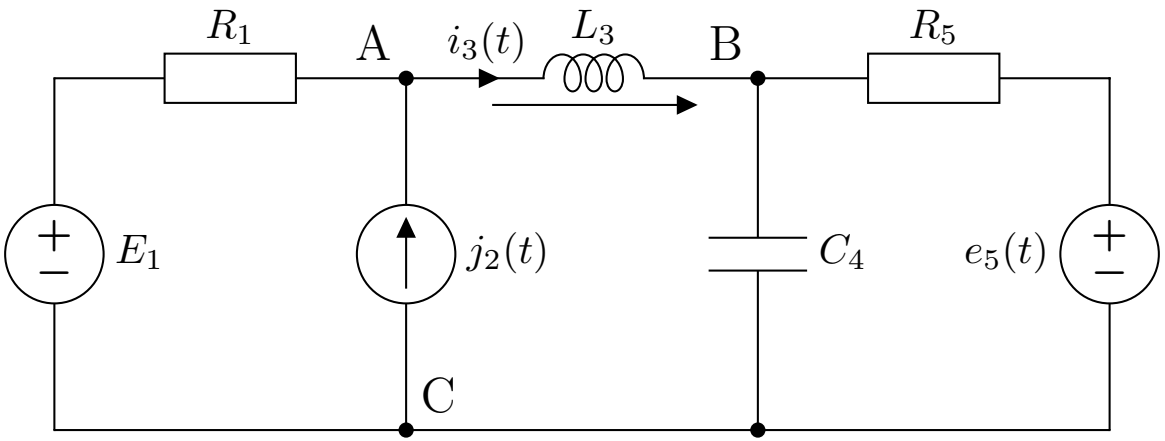


Thành phần $i_{31}(t) = I_{31}$

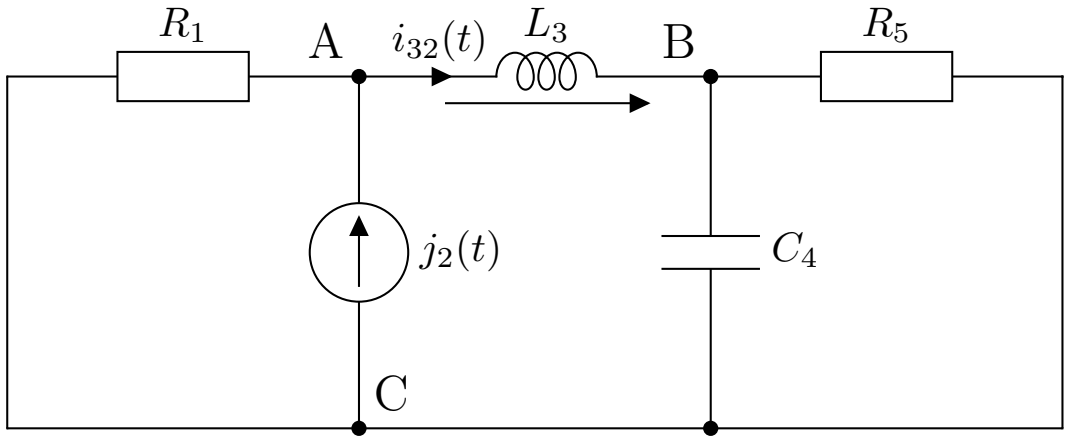
$$I_{31} = \frac{E_1}{R_1 + R_5} = 1\,\text{A}$$

Mạch có nhiều tần số

Ví dụ 9.1: Tính dòng $i_3(t)$



$E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 10\,\Omega;$
$j_2(t) = \sqrt{2}\sin(5t + 15°)\,\text{A};$
$L_3 = 1\,\text{H};\ C_4 = 0{,}02\,\text{F};$
$R_5 = 5\,\Omega;$
$e_5(t) = 12\sqrt{2}\sin(10t + 30°)\,\text{V}$



Thành phần $i_{32}(t)$

Phức hoá mạch điện

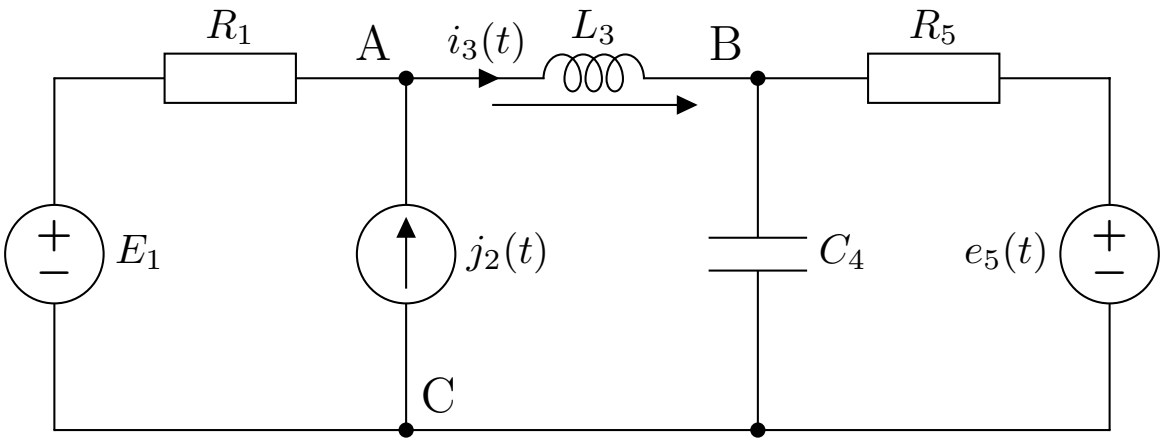
$$Z_{L_3} = j\omega_2 L_3 = j5\,\Omega$$

$$Z_{C_4} = \frac{1}{j\omega_2 C_4} = -j10\,\Omega$$

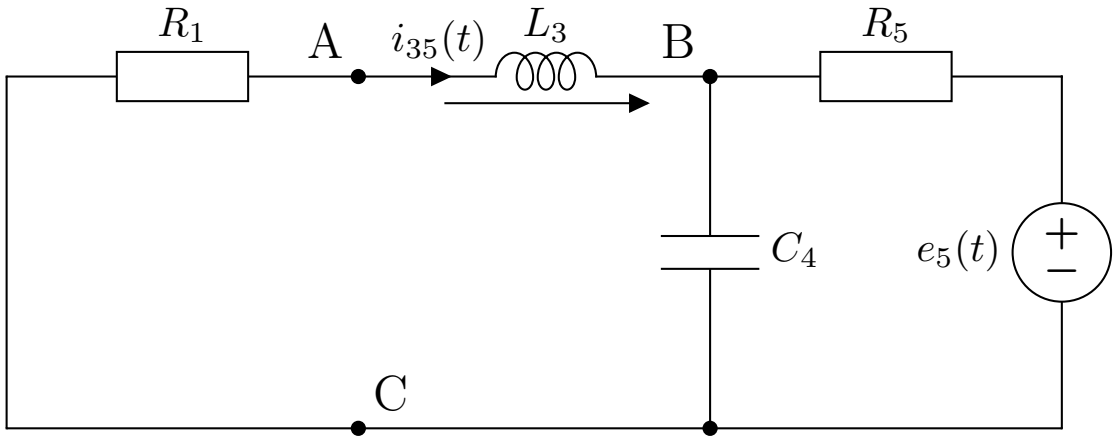
Tính ra $i_{32}(t) = \ldots$

Mạch có nhiều tần số

Ví dụ 9.1: Tính dòng $i_3(t)$



$E_1 = 15\,\text{V};\ R_1 = 10\,\Omega;$
$j_2(t) = \sqrt{2}\sin(5t + 15°)\,\text{A};$
$L_3 = 1\,\text{H};\ C_4 = 0{,}02\,\text{F};$
$R_5 = 5\,\Omega;$
$e_5(t) = 12\sqrt{2}\sin(10t + 30°)\,\text{V}$



Thành phần $i_{35}(t)$

Phức hoá mạch điện

$$Z_{L_3} = j\omega_5 L_3 = j10\,\Omega$$

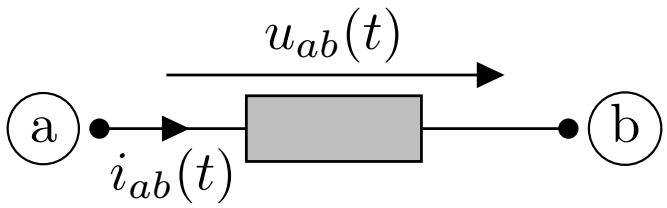
$$Z_{C_4} = \frac{1}{j\omega_5 C_4} = -j5\,\Omega$$

Tính ra $i_{35}(t) = \ldots$

Nội dung chương

9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
- Ứng dụng nguyên lý xếp chồng trong mạch nhiều tần số
- Công suất trong mạch nhiều tần số
- Mạch với nguồn dao động không điều hoà – Phương pháp Fourier
- Đặc tính tần số của hàm truyền đạt – Lọc điện

Nhắc lại: công suất tức thời và công suất trung bình



- Công suất tiêu thụ tức thời:

$$p(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ab}(t)$$

- Công suất phát tức thời:

$$p_{\text{phát}}(t) = -p(t) = u_{ba}(t) \cdot i_{ab}(t) = u_{ab}(t) \cdot i_{ba}(t)$$

- Công suất trung bình là giá trị trung bình của công suất tức thời

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt$$

Công suất trong mạch có nhiều tần số

- Khi các đại lượng dòng áp có nhiều thành phần tần số

$$u(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots$$

- Công suất tức thời:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_0 I_0 + \sum_i U_i I_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_i t + \theta_i)$$

$$+ \sum_{i \neq j} U_i I_j \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_j t + \theta_j)$$

Công suất trong mạch có nhiều tần số

- Công suất tức thời:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_0 I_0 + \sum_i U_i I_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_i t + \theta_i)$$
$$+ \sum_{i \neq j} U_i I_j \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_j t + \theta_j)$$

- Công suất trung bình:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = U_0 I_0 + \sum_i \frac{1}{T}\int_0^T \left(U_i I_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_i t + \theta_i)\right) dt$$
$$+ \sum_{i \neq j} \frac{1}{T}\int_0^T \left(U_i I_j \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\omega_j t + \theta_j)\right) dt$$
$$= U_0 I_0 + \sum_i \frac{U_i I_i}{2} \cos(\varphi_i - \theta_i) + 0 = P_{\text{một chiều}} + \sum_i P_{\omega_i}$$

Giá trị hiệu dụng trong mạch nhiều tần số

- $u(t) = U_0 \rightarrow U_{\text{hiệu dụng}} = U_0$
- $u(t) = U_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow U_{\text{hiệu dụng}} = \dfrac{U_1}{\sqrt{2}}$
- $u(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \ldots$

  $\rightarrow U_{\text{hiệu dụng}} = \sqrt{\left(U_0^2 + \dfrac{U_1^2}{2} + \dfrac{U_2^2}{2} + \ldots\right)}$

⚠ Chú ý: trong mạch nhiều tần số, không được tính công suất trung bình từ giá trị hiệu dụng của dòng và áp

$$P_{\text{tb}} \neq U_{\text{hiệu dụng}} \cdot I_{\text{hiệu dụng}}$$

Nội dung chương

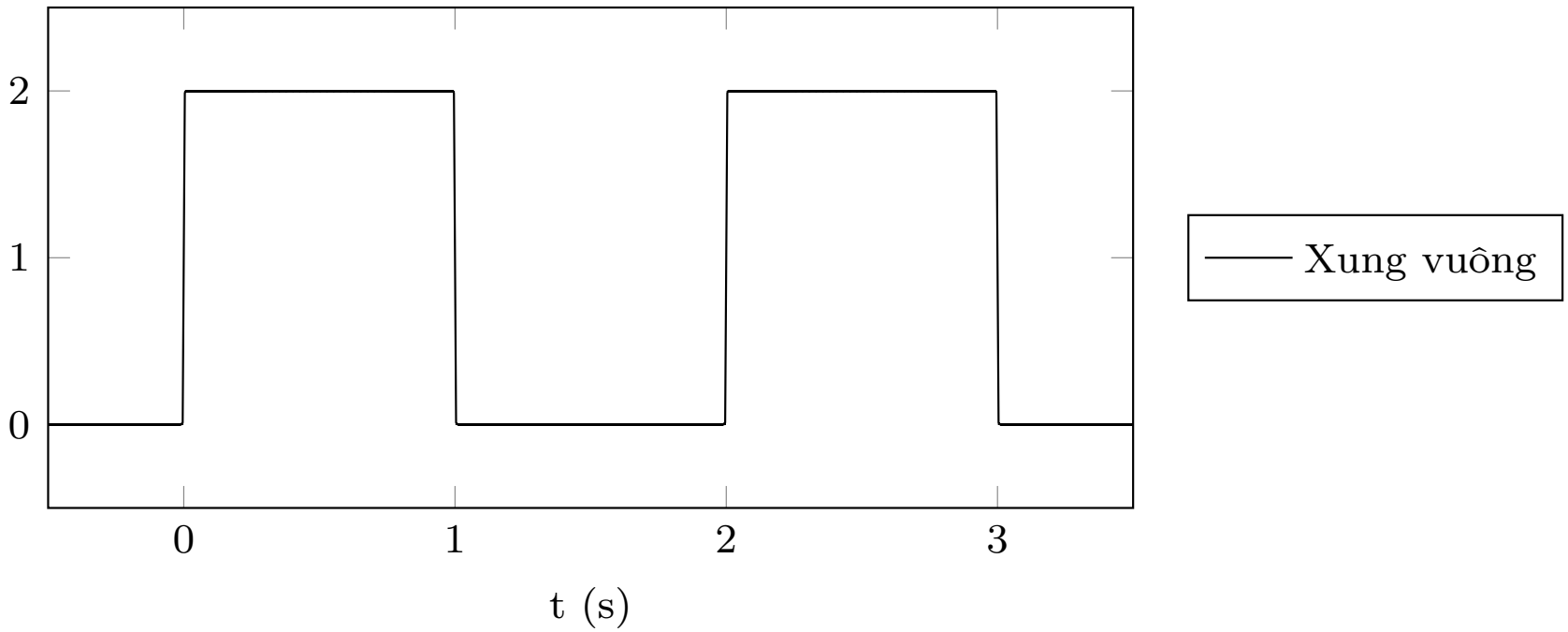
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
- Ứng dụng nguyên lý xếp chồng trong mạch nhiều tần số
- Công suất trong mạch nhiều tần số
- Mạch với nguồn dao động không điều hoà – Phương pháp Fourier
- Đặc tính tần số của hàm truyền đạt – Lọc điện

Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Cho xung điện áp vuông biên độ 1 V, chu kỳ 1 s, offset 1 V

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi t)}{n} \text{ với } n \text{ lẻ}$$

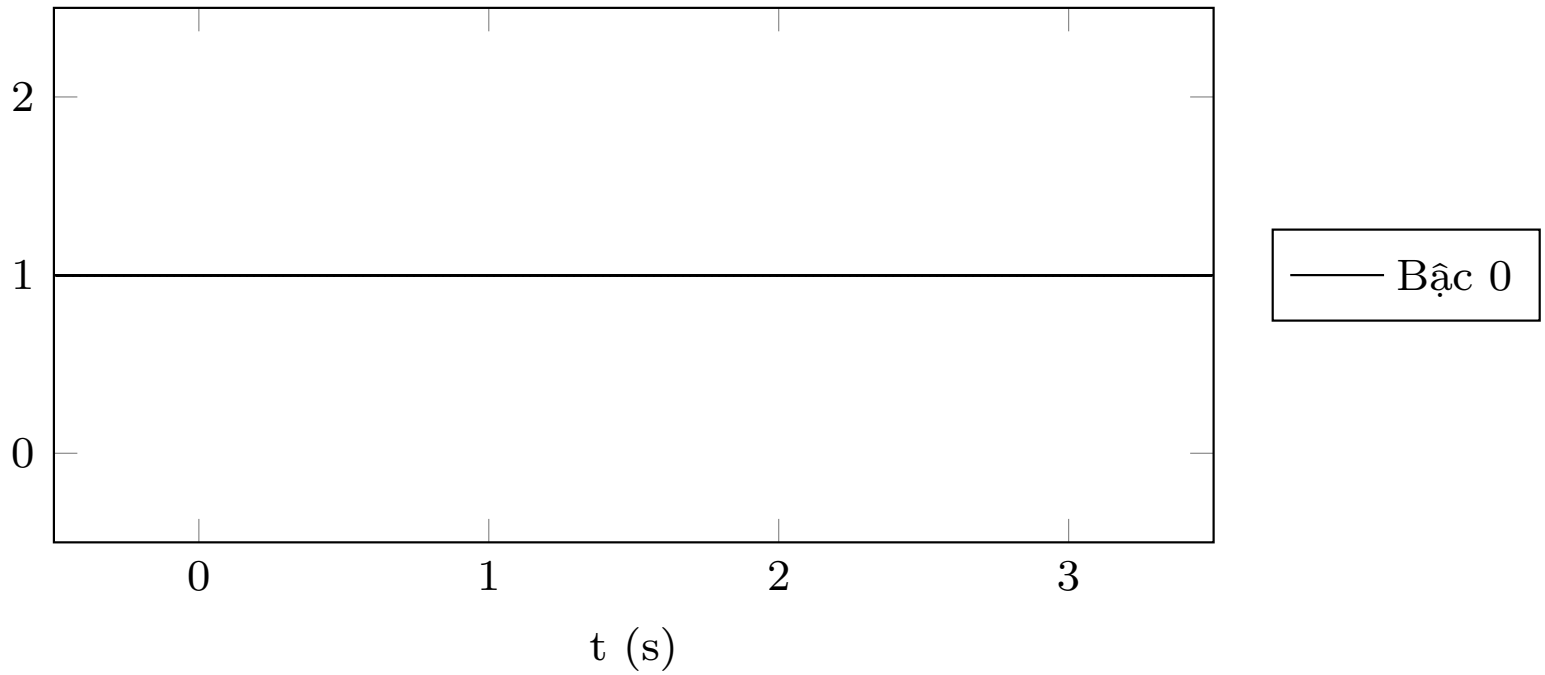


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Thành phần một chiều (bậc 0)

$$u(t) = 1$$

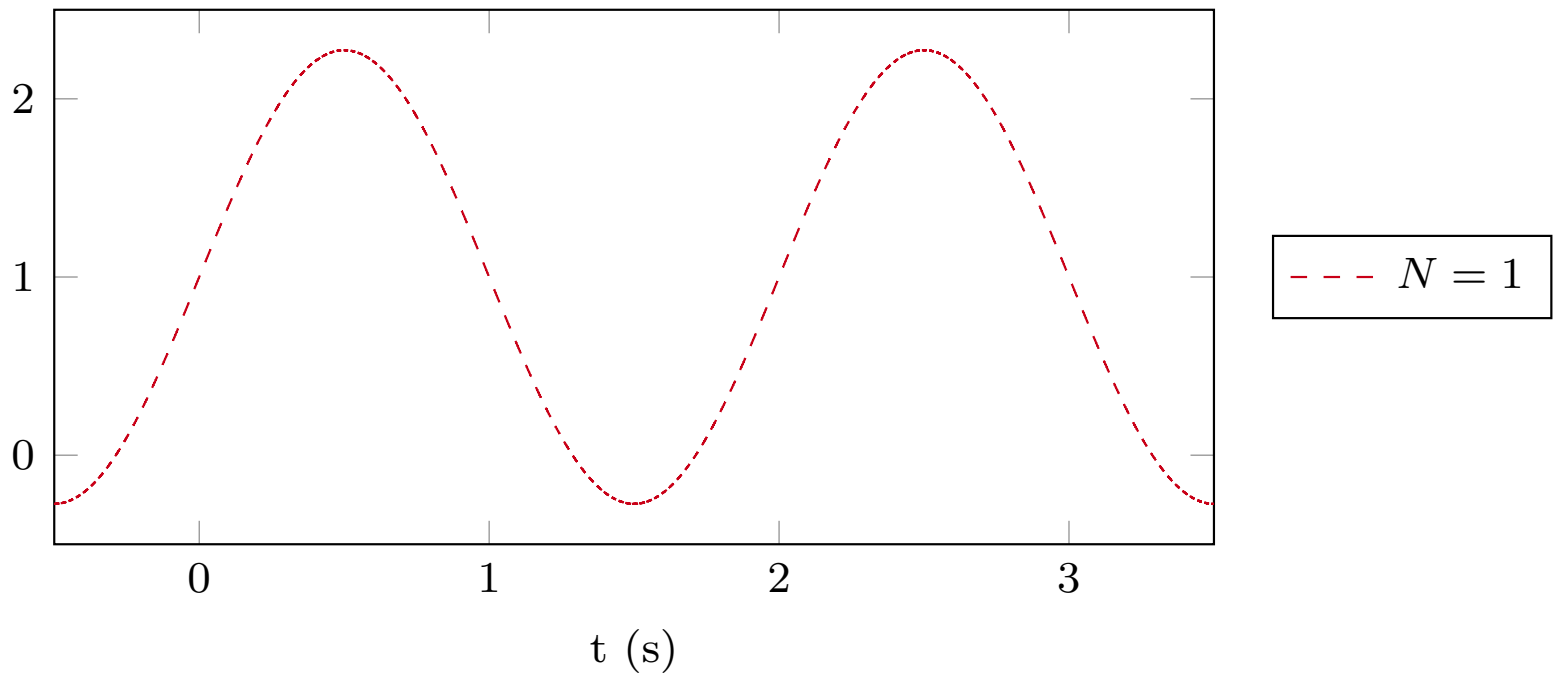


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Khai triển đến thành phần điều hoà bậc 1

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi}\sin(\pi t)$$

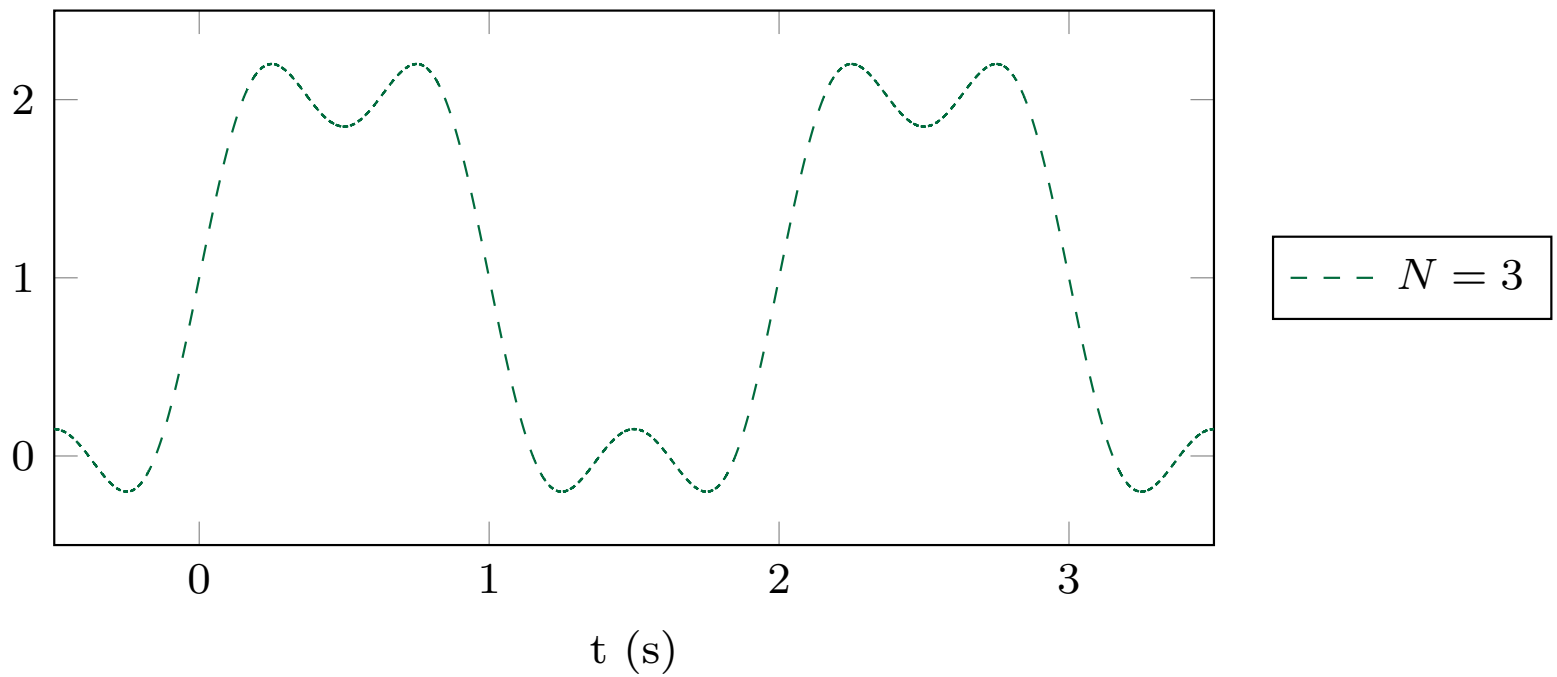


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Khai triển đến thành phần điều hoà bậc 3

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi}\sin(\pi t) + \frac{1}{4\pi}\frac{\sin(3\pi t)}{3}$$

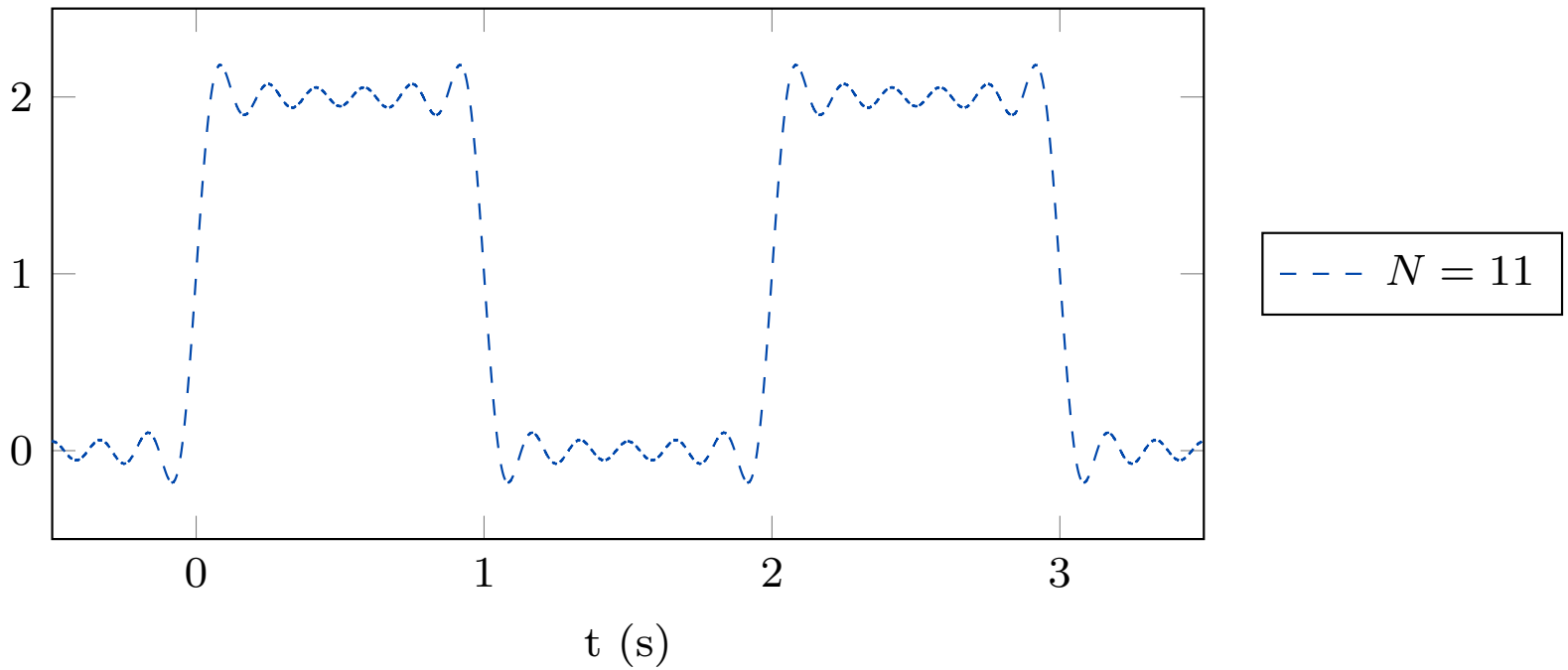


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Khai triển đến thành phần điều hoà bậc 11

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{11} \frac{\sin(n\pi t)}{n} \text{ với } n \text{ lẻ}$$

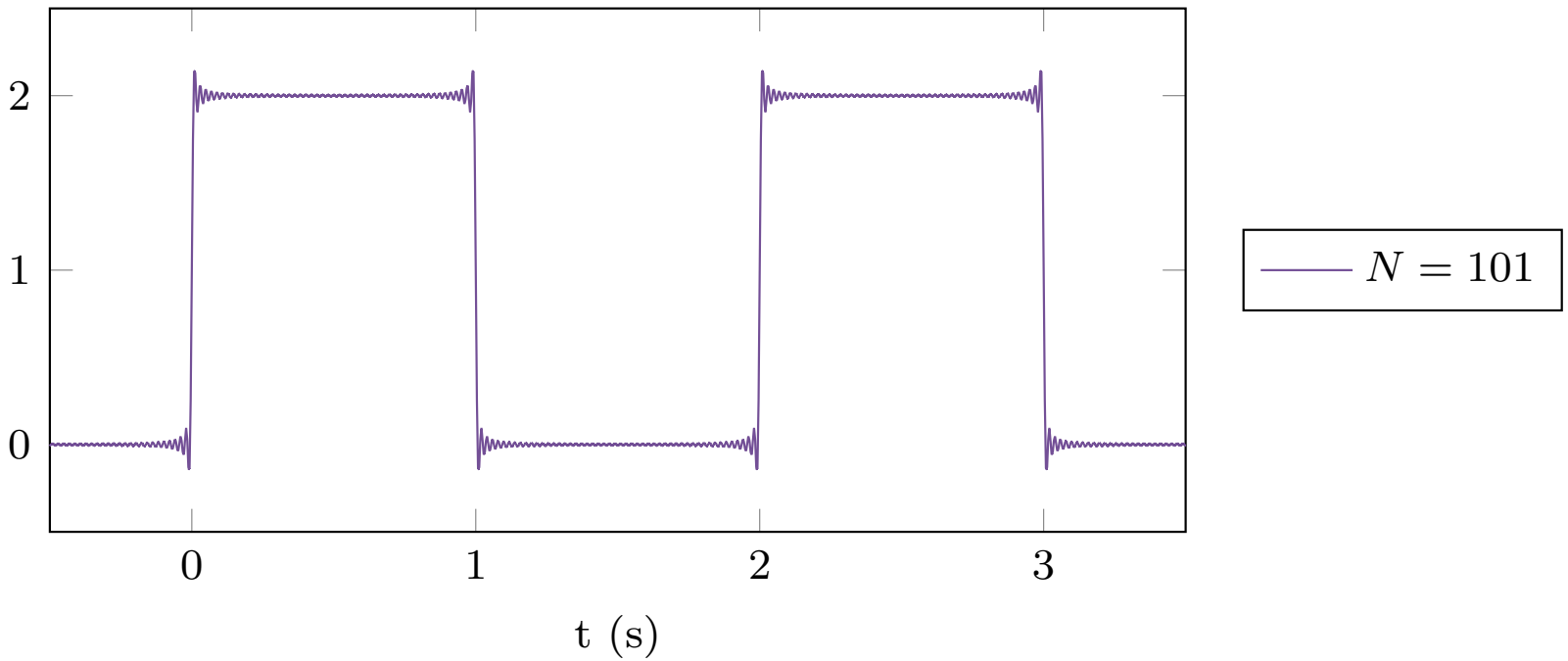


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

- Khai triển đến thành phần điều hoà bậc 101

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{101} \frac{\sin(n\pi t)}{n} \text{ với } n \text{ lẻ}$$

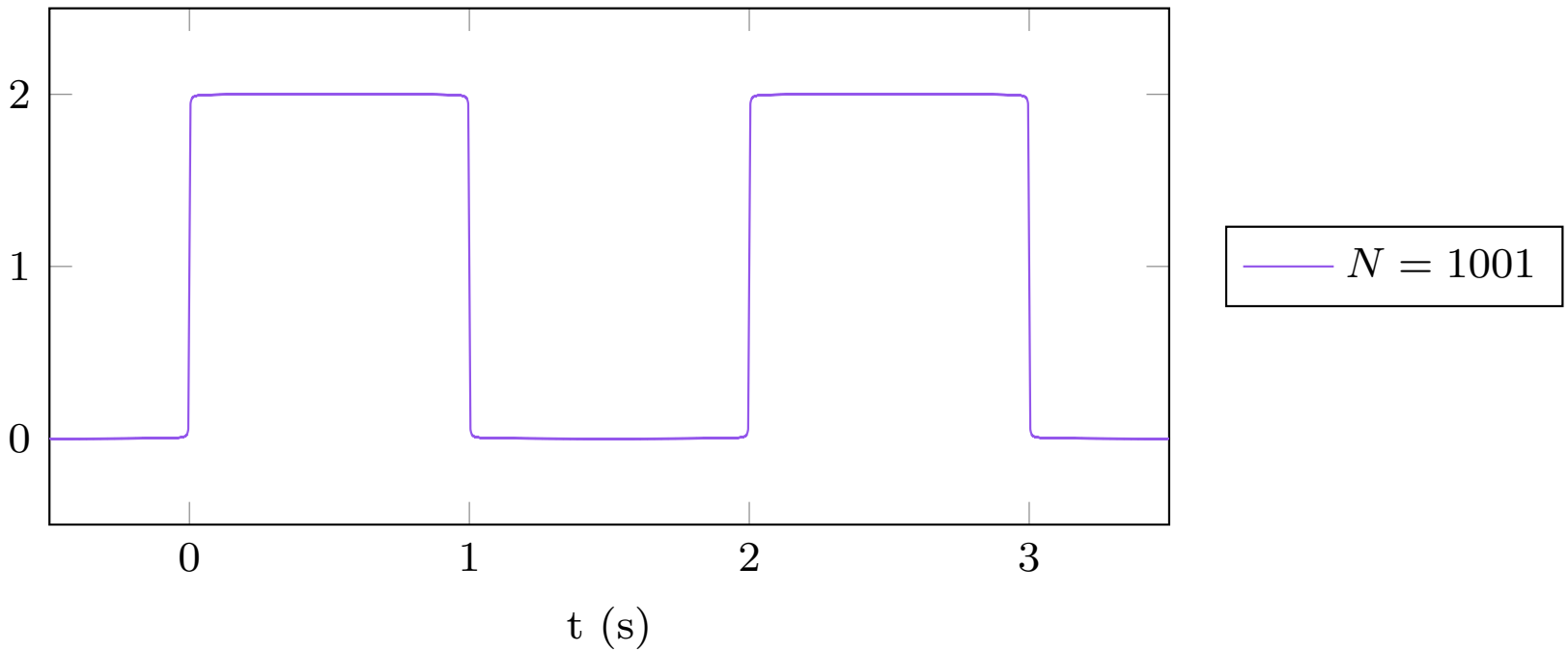


Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông

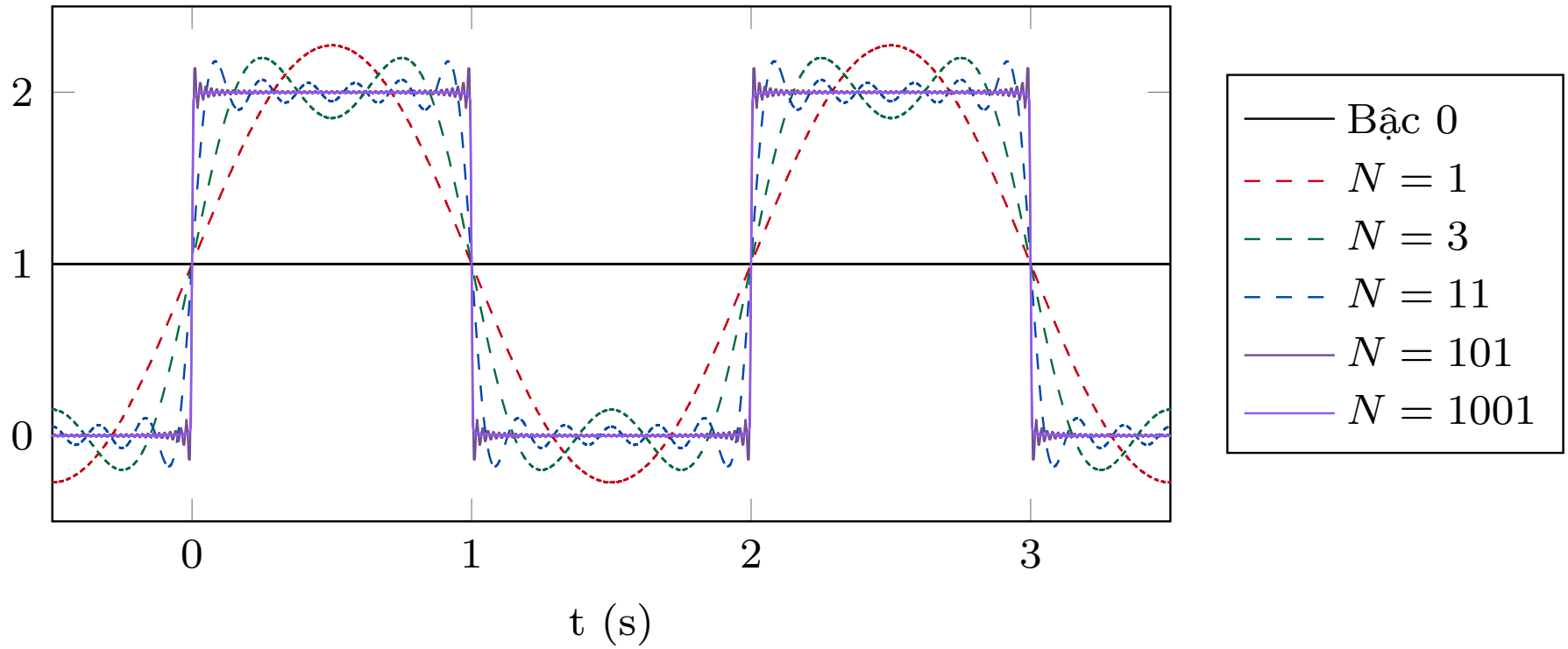
- Khai triển đến thành phần điều hoà bậc 1001

$$u(t) = 1 + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{1001} \frac{\sin(n\pi t)}{n} \text{ với } n \text{ lẻ}$$



Mạch với nguồn dao động không điều hoà

Ví dụ 9.2: Khai triển Fourier xung vuông



- Bài tập: Tính các khai triển của các loại tín hiệu chu kỳ khác như sóng tam giác, sóng răng cưa, v.v.

Nội dung chương

9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
- Ứng dụng nguyên lý xếp chồng trong mạch nhiều tần số
- Công suất trong mạch nhiều tần số
- Mạch với nguồn dao động không điều hoà – Phương pháp Fourier
- Đặc tính tần số của hàm truyền đạt – Lọc điện

Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

- Hàm truyền đạt là quan hệ tỷ lệ giữa các biến trạng thái dòng áp trong mạch điện

$\Rightarrow$ Hàm truyền đạt được tạo thành từ các trở kháng của mạch điện

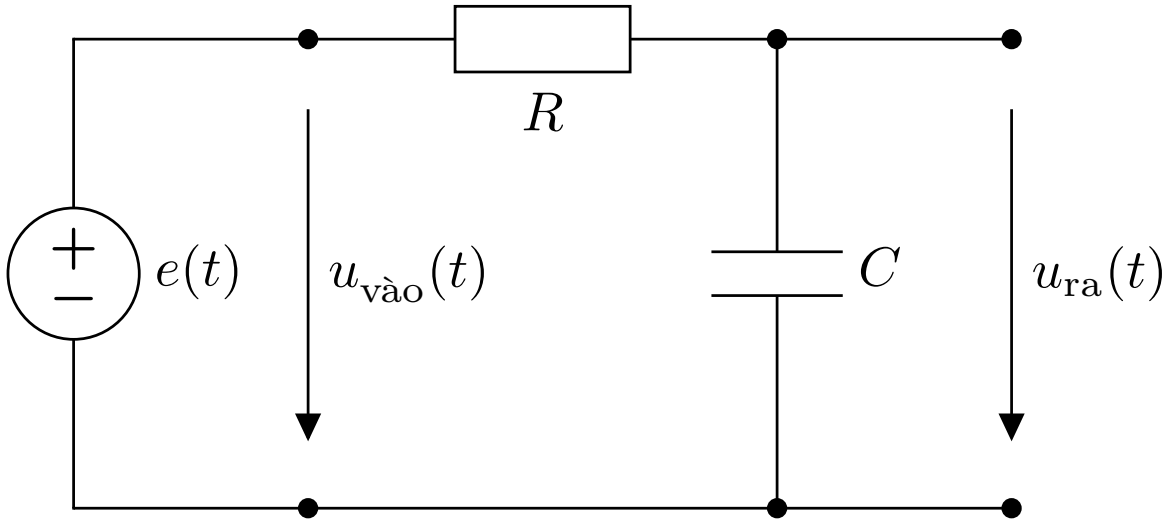
- Tụ điện và cuộn dây có các trở kháng phức khác nhau ứng với những tần số khác nhau trong mạch điện

$\Rightarrow$ Hàm truyền đạt là hàm phức có các đặc tính biên độ và góc pha phụ thuộc tần số

$\Rightarrow$ Khái niệm **đặc tính tần–biên–pha** của hàm truyền đạt

Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

Ví dụ 9.3: Xét hàm truyền đạt điện áp mạch RC

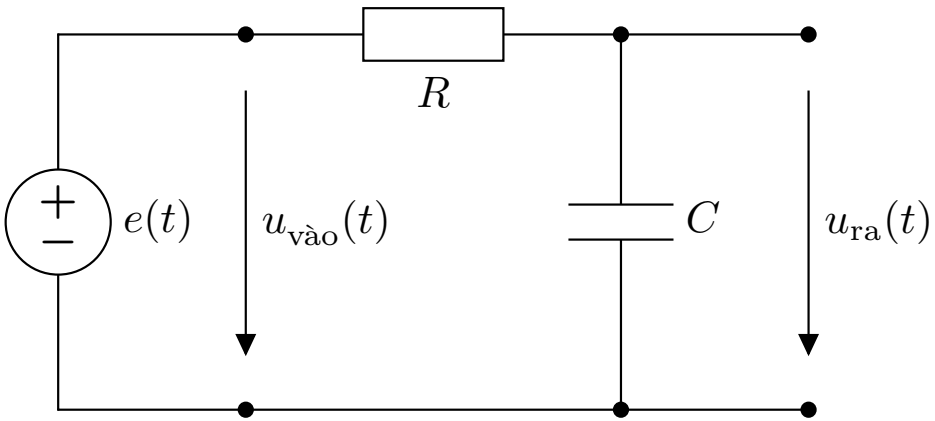


$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{ra}}}{\dot{U}_{\text{vào}}} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

Ví dụ 9.3: Xét hàm truyền đạt điện áp mạch RC



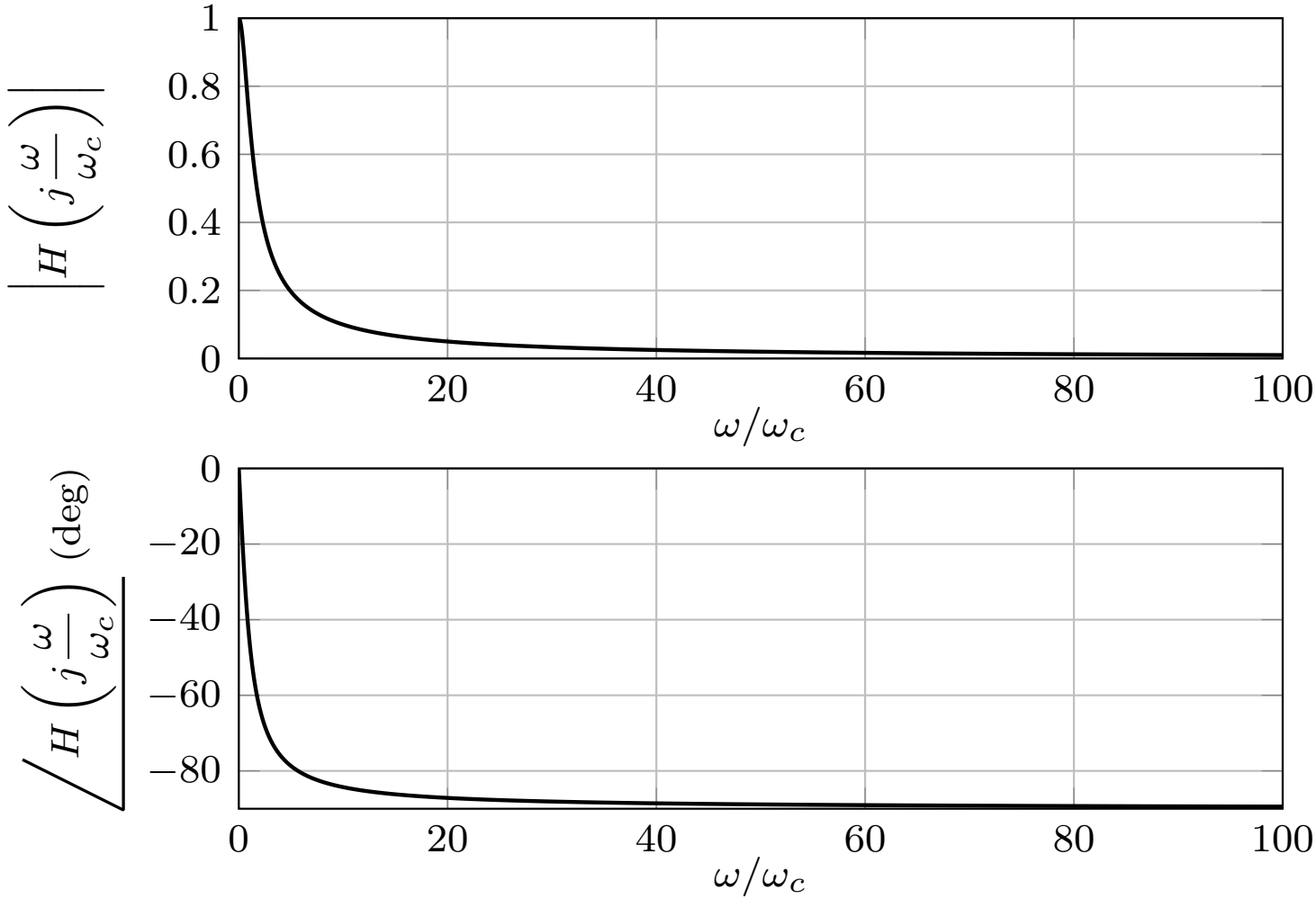
- Đặt $RC = \dfrac{1}{\omega_c}$
- ω_c gọi là *tần số cắt*

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{j\dfrac{\omega}{\omega_c} + 1}$$

- Hàm truyền biên độ $|H(j\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1}}$
- Hàm truyền pha $\angle H(j\omega) = \angle 1 - \angle\left(j\dfrac{\omega}{\omega_c} + 1\right) = -\arctan\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)$

Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

Đồ thị và công thức đều không thuận tiện



Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

Biên độ decibel (dB) và thang đo tần số logarithm

- Hàm log thuận tiện khi chuyển phép tính nhân chia thành phép tính cộng trừ → có thể cộng trừ trực tiếp trên đồ thị
- Thang logarithm khiến đồ thị dễ nhìn hơn thang tuyến tính đối với tần số

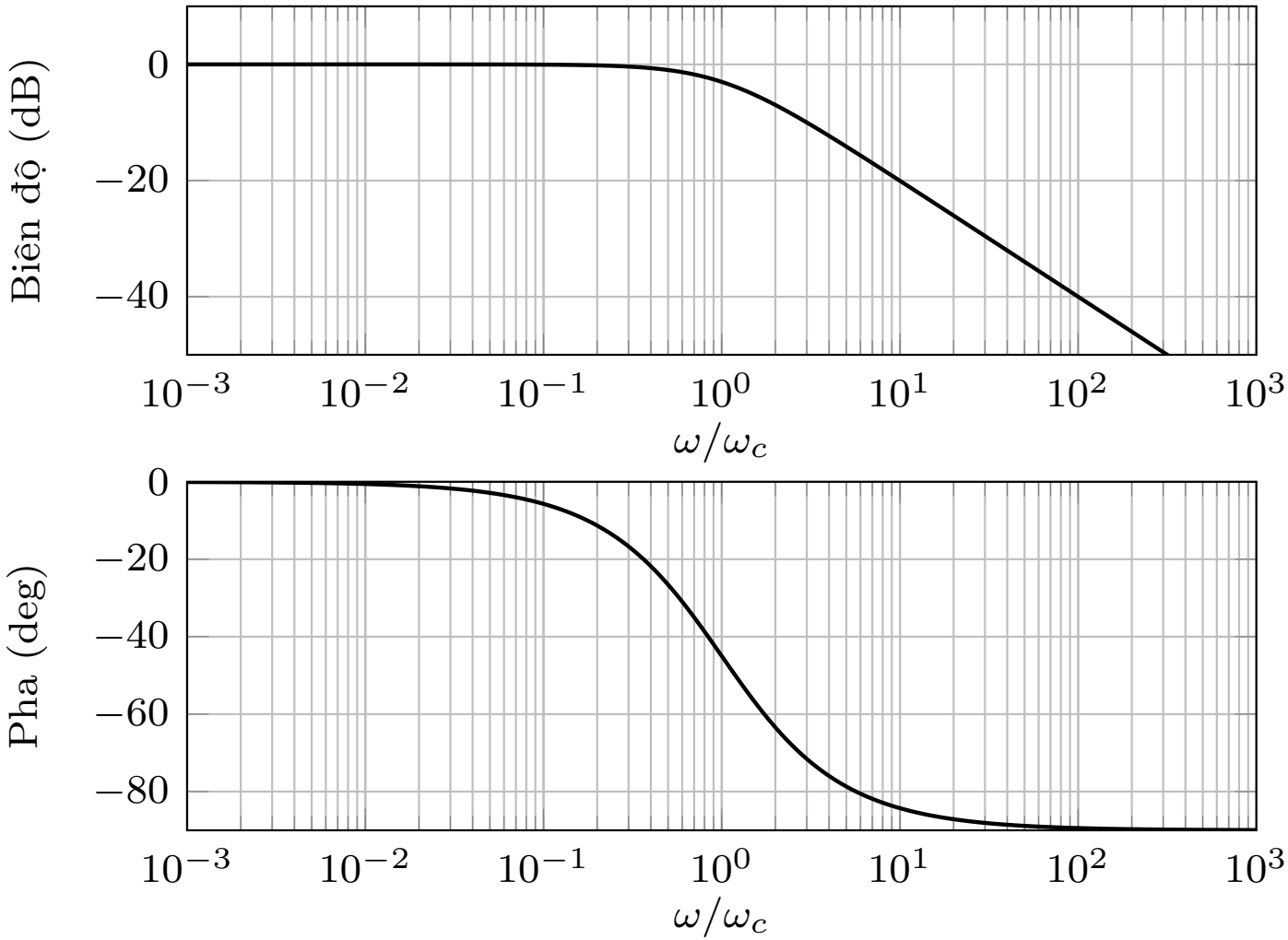
⇒ Định nghĩa độ lớn dB của hàm truyền biên độ là $20\log_{10}(|H(j\omega)|)$*

⇒ Đồ thị theo dB và thang log gọi là **đồ thị Bode**

Việc chọn đơn vị và công thức này có yếu tố lịch sử. Ban đầu, đơn vị bel được đặt tên để ghi nhận nhà phát minh ra điện thoại Alexander Graham Bell. Đơn vị này là logarithm cơ số 10 của tỷ lệ giữa hai công suất $\log_{10}(P_2/P_1)$ bels $= 10\log_{10}(P_2/P_1)$ decibels.
Trong khi đó, công suất của tín hiệu lại tỷ lệ với bình phương của biên độ tín hiệu → $10\log_{10}(P_2/P_1) = 10\log_{10}(|H(j\omega)|^2) = 20\log_{10}(|H(j\omega)|)$ dB. (Lathi, Linear Systems and Signals)

Đặc tính tần số của hàm truyền đạt

Đồ thị Bode của mạch lọc thông thấp bậc nhất *RC*



Nội dung môn học

1 Khái niệm về mô hình mạch Kirchhoff
2 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn một chiều
3 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập một chiều
4 Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập với nguồn điều hòa
5 Các phương pháp giải mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
6 Định lý Thévenin–Norton và mạng một cửa
7 Hỗ cảm và phương pháp giải mạch có hỗ cảm
8 Mạng hai cửa
9 Mạch có nhiều tần số và nguồn dao động không điều hoà
10 Mạch điện ba pha

Nội dung chương

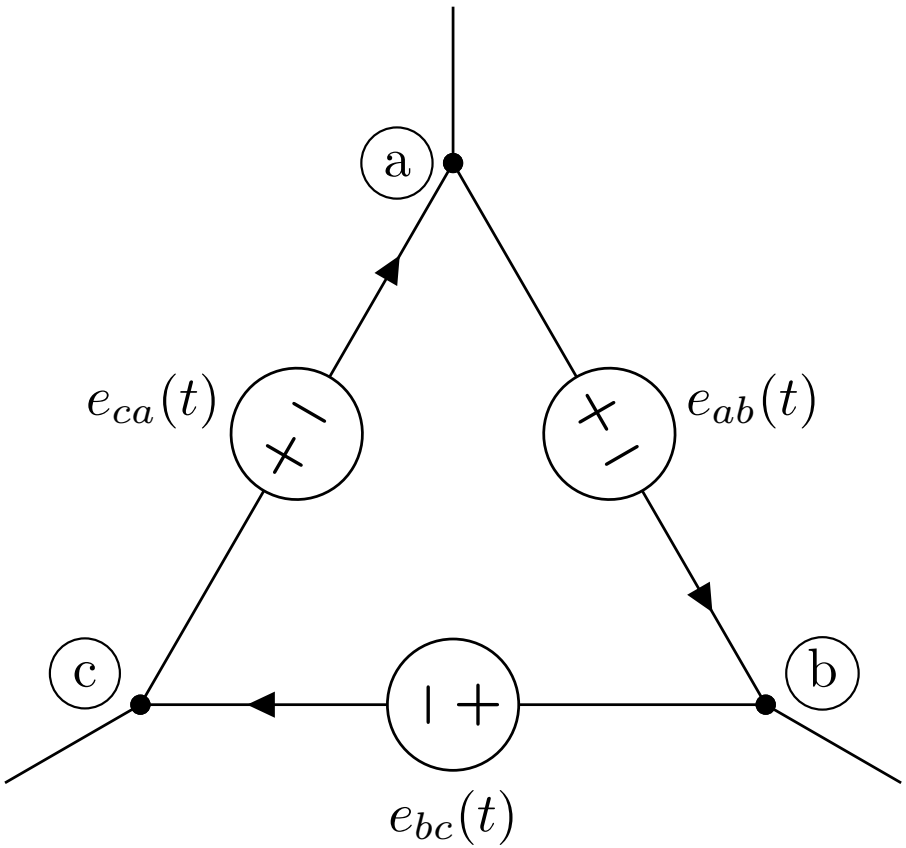
10 Mạch điện ba pha
- Khái niệm mạch điện ba pha
- Mạch ba pha cân bằng
- Mạch ba pha không cân bằng

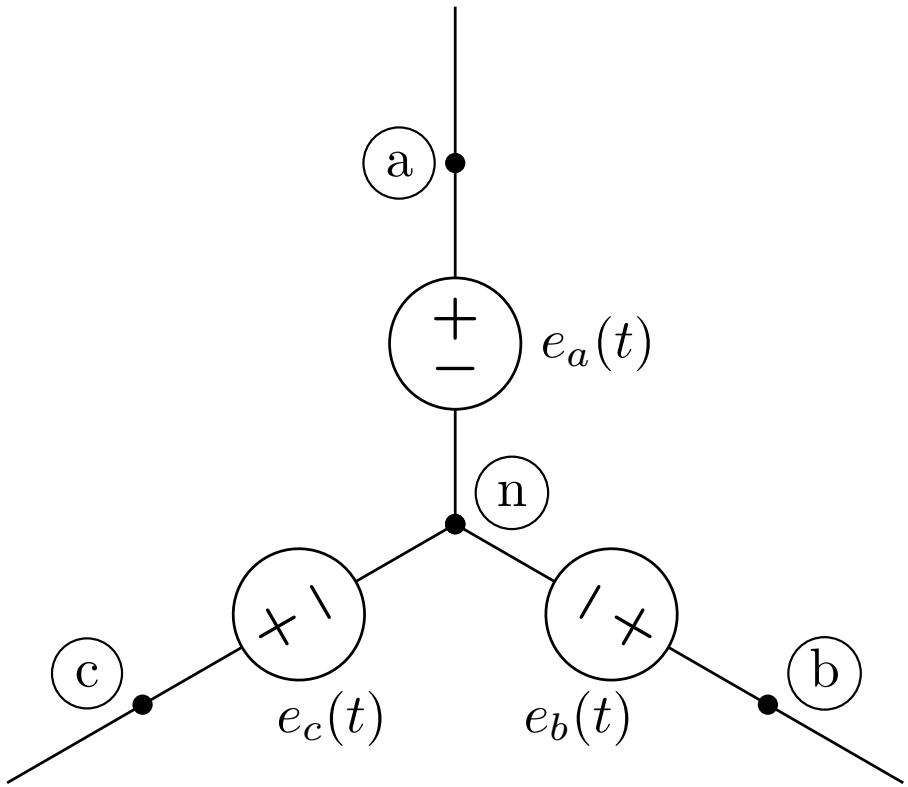
Nội dung chương

10 Mạch điện ba pha
- Khái niệm mạch điện ba pha
- Mạch ba pha cân bằng
- Mạch ba pha không cân bằng

Khái niệm mạch điện ba pha

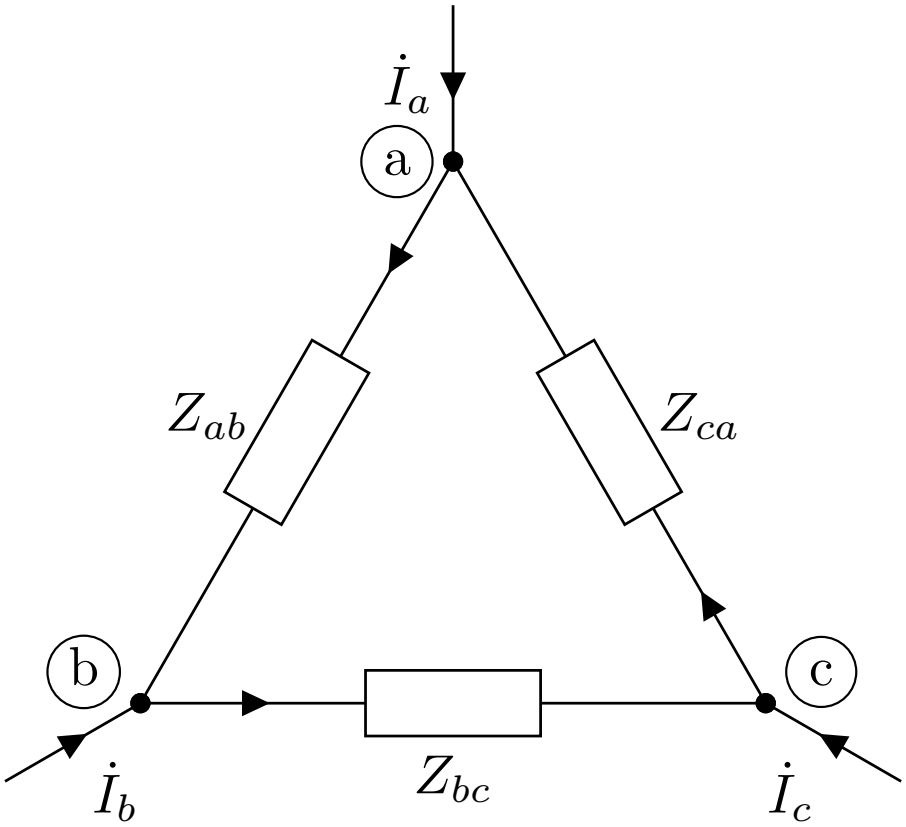
- Nguồn điện ba pha là bộ 3 nguồn áp điều hoà lệch pha nhau
- Bộ nguồn ba pha có thể được mắc dạng sao (Y) hoặc tam giác (Δ)

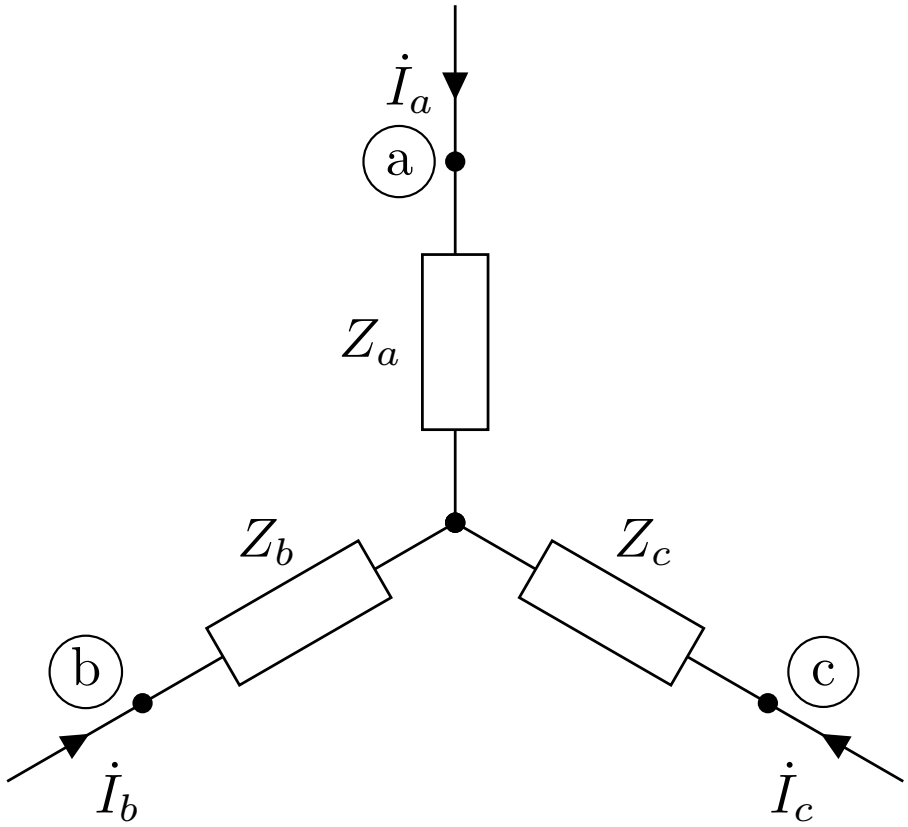




Khái niệm mạch điện ba pha

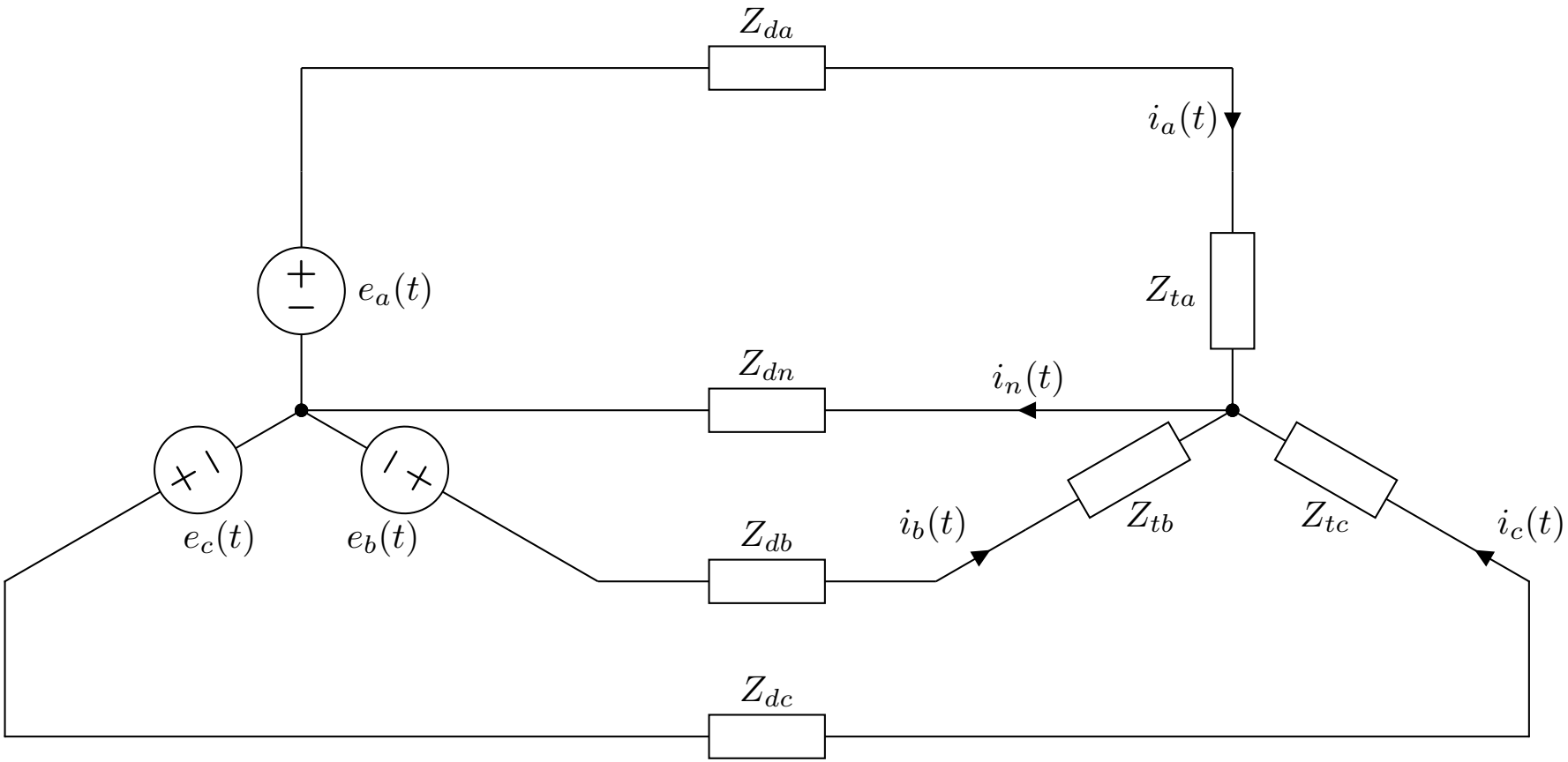
- Tải ba pha cũng có thể được mắc dạng sao (Y) hoặc tam giác (Δ)





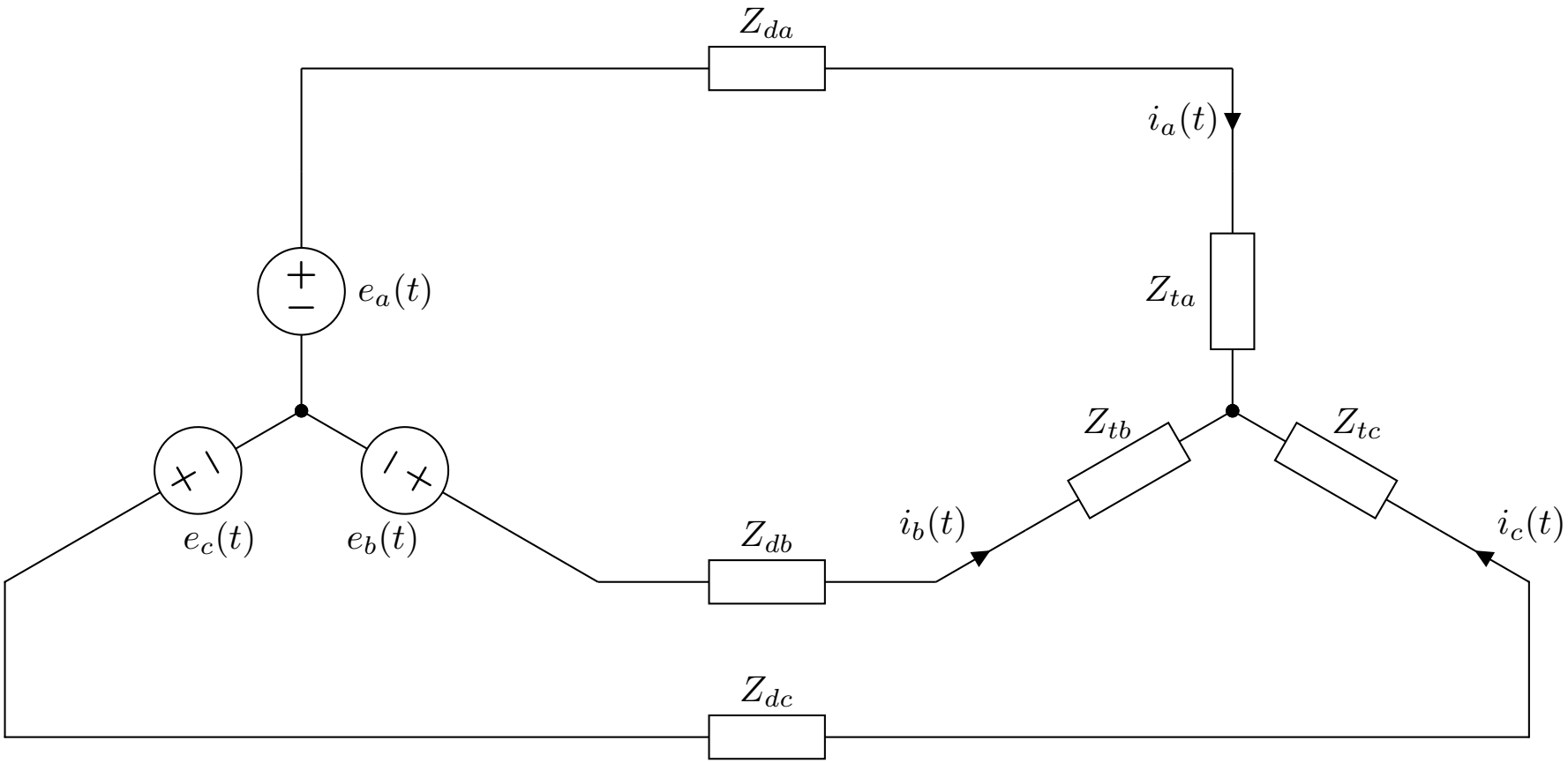
Khái niệm mạch điện ba pha

- Khi nối nguồn và tải có thể xét thêm trở kháng đường dây
- Có thể nối dây trung tính



Khái niệm mạch điện ba pha

- Khi nối nguồn và tải có thể xét thêm trở kháng đường dây
- Hoặc không nối dây trung tính



- Và các dạng nối mạch ba pha khác

Nội dung chương

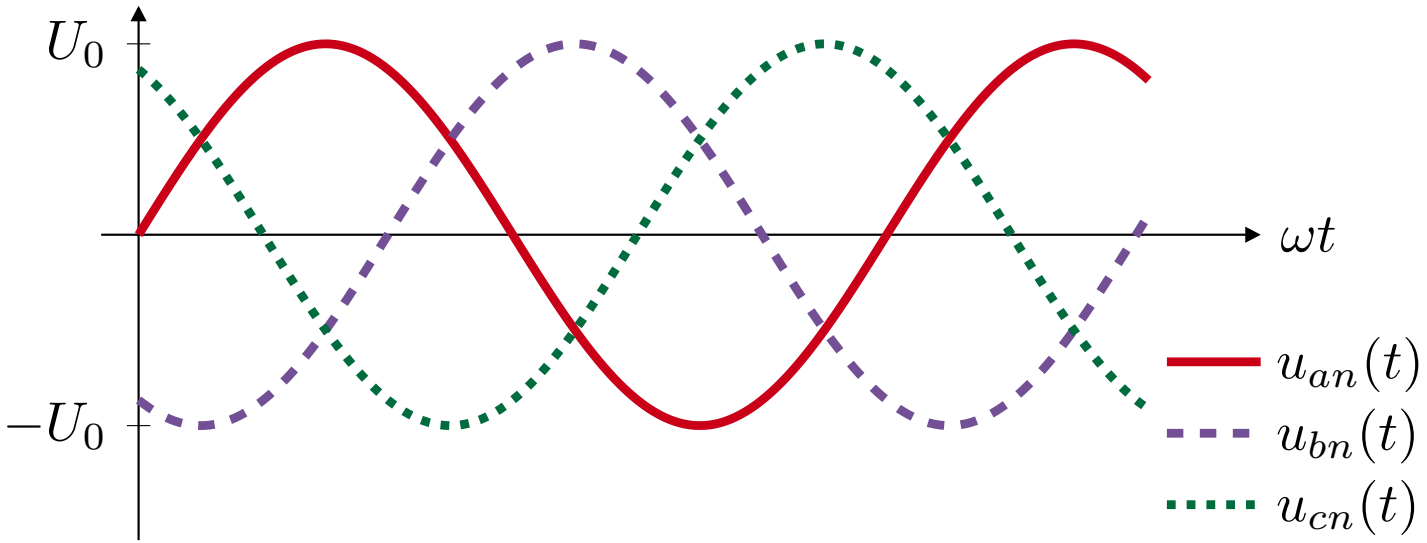
10 Mạch điện ba pha
- Khái niệm mạch điện ba pha
- Mạch ba pha cân bằng
- Mạch ba pha không cân bằng

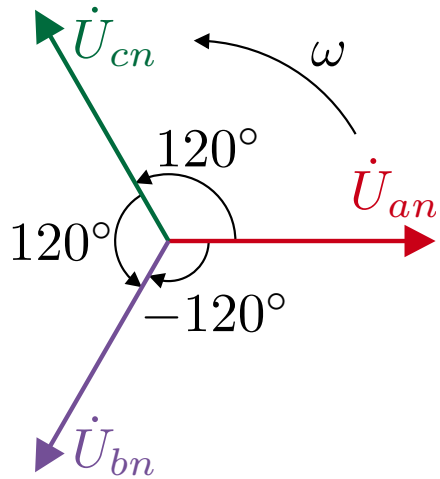
Mạch ba pha cân bằng

- Tải cân bằng: $Z_{ta} = Z_{tb} = Z_{tc}$
- Đường dây cân bằng: $Z_{da} = Z_{db} = Z_{dc}$
- Nguồn cân bằng: biên độ bằng nhau và lệch pha nhau 120°
- Gọi $a = 1\angle -120°$ là toán tử quay $-120°$

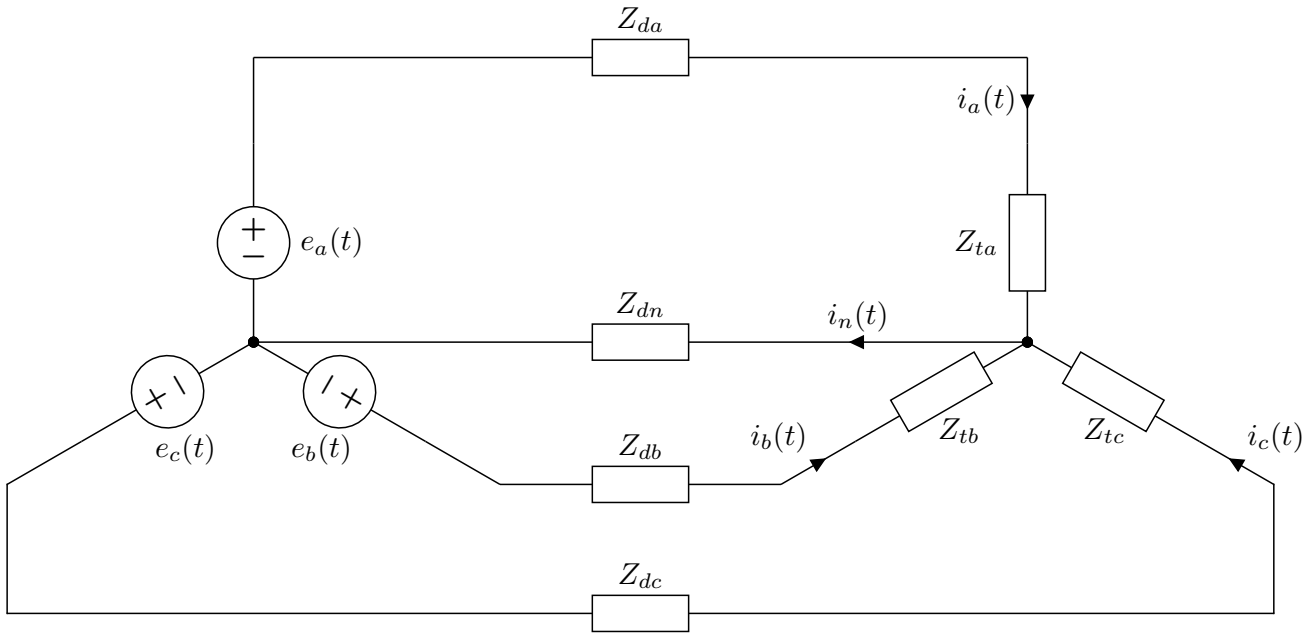
$\Rightarrow \dot{U}_{bn} = a \cdot \dot{U}_{an};\ \dot{U}_{cn} = a \cdot \dot{U}_{bn} = a^2 \cdot \dot{U}_{an};\ \dot{U}_{an} = a \cdot \dot{U}_{cn}$

$\Rightarrow \dot{U}_{an} + \dot{U}_{bn} + \dot{U}_{cn} = \left(1 + a + a^2\right) \cdot \dot{U}_{an} = 0$





Giải mạch ba pha



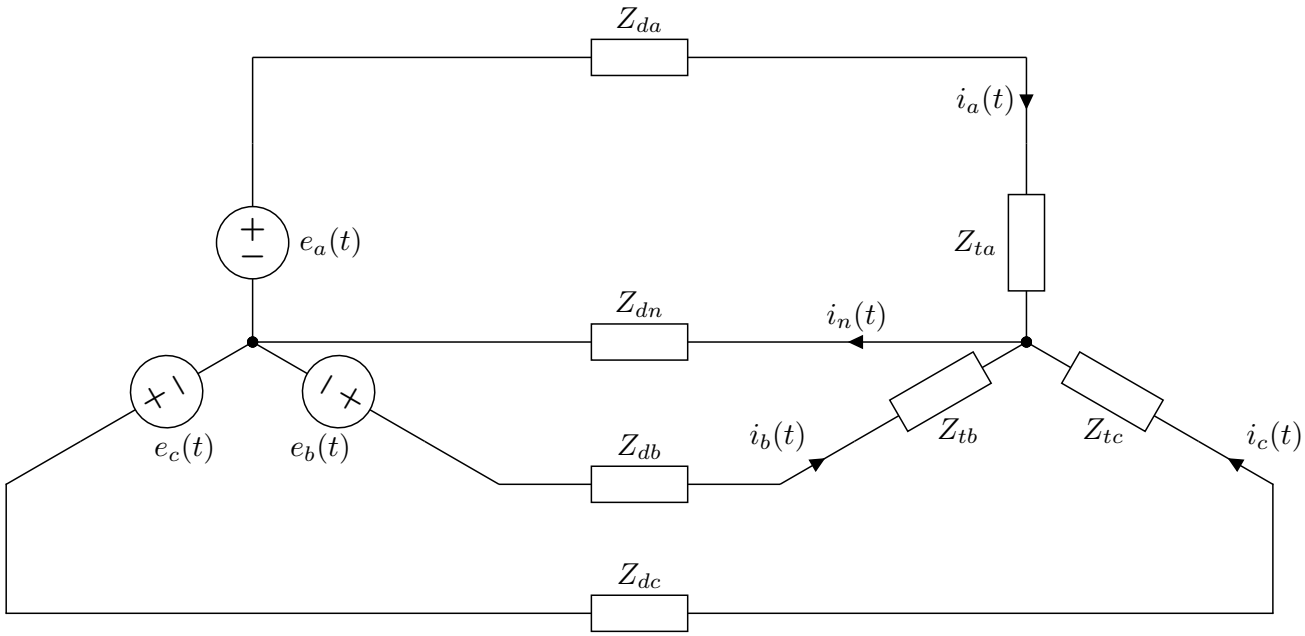
- Trường hợp có dây trung tính → phương pháp điện thế nút

$$\dot{V}\left(\frac{1}{Z_{ta}+Z_{da}}+\frac{1}{Z_{tb}+Z_{db}}+\frac{1}{Z_{tc}+Z_{dc}}+\frac{1}{Z_{dn}}\right)$$
$$=\frac{\dot{E}_a}{Z_{ta}+Z_{da}}+\frac{\dot{E}_b}{Z_{tb}+Z_{db}}+\frac{\dot{E}_c}{Z_{tc}+Z_{dc}}$$

Giải mạch ba pha

Đặt các tổng trở pha

$$Z_a = Z_{ta} + Z_{da}$$
$$Z_b = Z_{tb} + Z_{db}$$
$$Z_c = Z_{tc} + Z_{dc}$$



$\Rightarrow$ Điện thế nút

$$\dot{V} = \frac{\dfrac{\dot{E}_a}{Z_a} + \dfrac{\dot{E}_b}{Z_b} + \dfrac{\dot{E}_c}{Z_c}}{\dfrac{1}{Z_a} + \dfrac{1}{Z_b} + \dfrac{1}{Z_c} + \dfrac{1}{Z_n}}$$

Giải mạch ba pha cân bằng

- Mạch ba pha cân bằng

  $Z_a = Z_b = Z_c$

  $\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0$

$$\Rightarrow \dot{V} = \frac{\dfrac{\dot{E}_a}{Z_a} + \dfrac{\dot{E}_b}{Z_b} + \dfrac{\dot{E}_c}{Z_c}}{\dfrac{1}{Z_a} + \dfrac{1}{Z_b} + \dfrac{1}{Z_c} + \dfrac{1}{Z_n}} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{Z_a};\ \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b}{Z_b};\ \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c}{Z_c};\ \dot{I}_n = 0$$

$\Rightarrow$ Dòng điện ba pha cân bằng

$$\dot{I}_b = a \cdot \dot{I}_a;\ \dot{I}_c = a \cdot \dot{I}_b = a^2 \cdot \dot{I}_a;\ \dot{I}_a = a \cdot \dot{I}_c$$

$\Rightarrow$ Điện áp tải ba pha cân bằng

$$\dot{U}_{tb} = a \cdot \dot{U}_{ta};\ \dot{U}_{tc} = a \cdot \dot{U}_{tb} = a^2 \cdot \dot{U}_{ta};\ \dot{U}_{ta} = a \cdot \dot{U}_{tc}$$

với $a = 1\angle -120^\circ$

Công suất trong mạch ba pha cân bằng

- Công suất trên tải

$$\begin{aligned} P_{ta} &= |\dot{U}_{ta}| \cdot |\dot{I}_{ta}| \cdot \cos\left(\underline{/\dot{U}_{ta}} - \underline{/\dot{I}_{ta}}\right) \\ &= |\dot{U}_{tb}| \cdot |\dot{I}_{tb}| \cdot \cos\left(\left(\underline{/\dot{U}_{tb}} + 120^\circ\right) - \left(\underline{/\dot{I}_{tb}} + 120^\circ\right)\right) \\ &= |\dot{U}_{tb}| \cdot |\dot{I}_{tb}| \cdot \cos\left(\underline{/\dot{U}_{tb}} - \underline{/\dot{I}_{tb}}\right) \\ &= P_{tb} = P_{tc} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Công suất tiêu thụ của tải trên mỗi pha bằng nhau

$\Rightarrow$ Tương tự, công suất phát của nguồn trên mỗi pha bằng nhau

- Tổng công suất tức thời tại mọi thời điểm là một hằng số

$$P = 3 \cdot U_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}} \cdot \cos(\varphi - \theta) = \frac{3}{2} \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \cos(\varphi - \theta)$$

với φ và θ là góc pha của điện áp và dòng điện trên mỗi pha

Nội dung chương

10 Mạch điện ba pha
- Khái niệm mạch điện ba pha
- Mạch ba pha cân bằng
- Mạch ba pha không cân bằng

Mạch ba pha không cân bằng

- Là mạch ba pha có nguồn hoặc tải không cân bằng về biên độ hoặc góc pha
- Cách giải mạch
  - Giải trực tiếp
  - Phương pháp các thành phần đối xứng
- Mở rộng khái niệm hệ ba pha cân bằng: Hệ số phức k thoả mãn $\dot{E}_b = k \cdot \dot{E}_a$; $\dot{E}_c = k \cdot \dot{E}_b$; $\dot{E}_a = k \cdot \dot{E}_c$

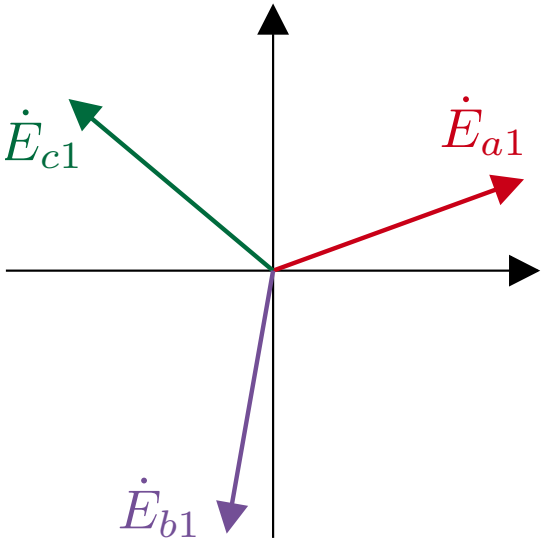
$\Rightarrow$ có 3 nghiệm: $k_0 = 1$; $k_1 = a$; $k_2 = a^2$

- Tương ứng với 3 hệ ba pha đối xứng
  1. Thứ tự thuận $k_1 = a = 1\angle -120°$
     (thuận chiều kim đồng hồ $\rightarrow$ ngược chiều dương quy ước)
  2. Thứ tự ngược $k_2 = a^2 = 1\angle 120°$
     (ngược chiều kim đồng hồ $\rightarrow$ thuận chiều dương quy ước)
  3. Thứ tự không $k_0 = 1$ (không quay)

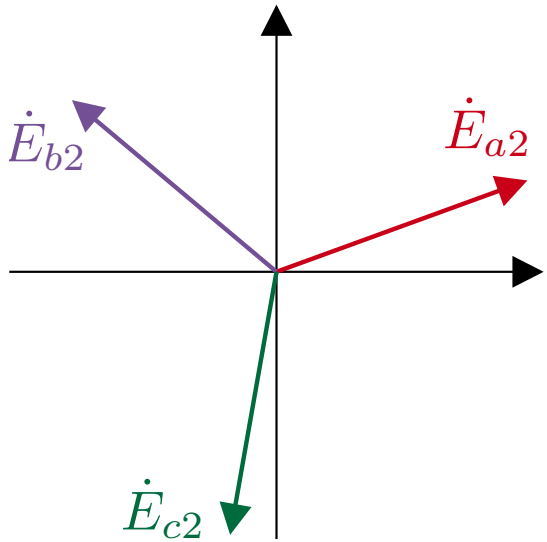
Mạch ba pha không cân bằng

Phương pháp các thành phần đối xứng

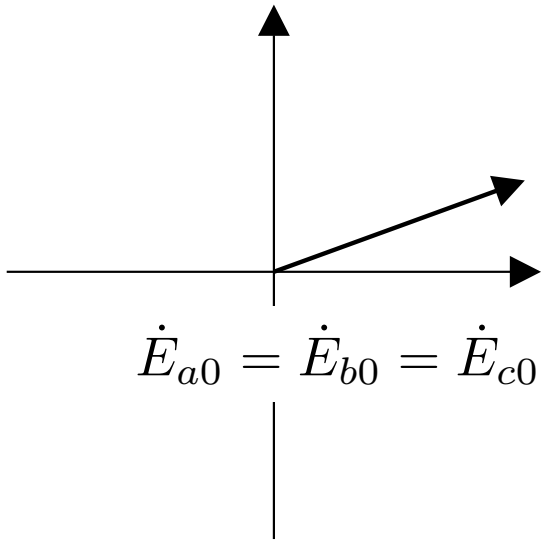
- Thứ tự thuận



- Thứ tự ngược



- Thứ tự không



$$\dot{E}_{a0} = \dot{E}_{b0} = \dot{E}_{c0}$$

- Hệ nguồn ba pha không cân bằng là xếp chồng của 3 thành phần nguồn đối xứng

$\Rightarrow$ Giải 3 phương trình 3 ẩn để tìm 3 thành phần đối xứng

Phương pháp các thành phần đối xứng

- Với mọi bộ nguồn không cân bằng $\dot{E}_a$; $\dot{E}_b$; $\dot{E}_c$, tồn tại một bộ nguồn các thành phần đối xứng $\dot{E}_{a0}$; $\dot{E}_{a1}$; $\dot{E}_{a2}$ sao cho:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_a &= \dot{E}_{a0} + \dot{E}_{a1} + \dot{E}_{a2} &&= \dot{E}_{a0} + \dot{E}_{a1} + \dot{E}_{a2} \\
\dot{E}_b &= \dot{E}_{a0} + k_1 \cdot \dot{E}_{a1} + k_2 \cdot \dot{E}_{a2} &&= \dot{E}_{b0} + \dot{E}_{b1} + \dot{E}_{b2} \\
\dot{E}_c &= \dot{E}_{a0} + k_1^2 \cdot \dot{E}_{a1} + k_2^2 \cdot \dot{E}_{a2} &&= \dot{E}_{c0} + \dot{E}_{c1} + \dot{E}_{c2}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_{a0} \\ \dot{E}_{a1} \\ \dot{E}_{a2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{E}_{a0} \\ \dot{E}_{a1} \\ \dot{E}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix}$$

$$\dot{E}_{a0} = \frac{1}{3}\left(\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c\right)$$

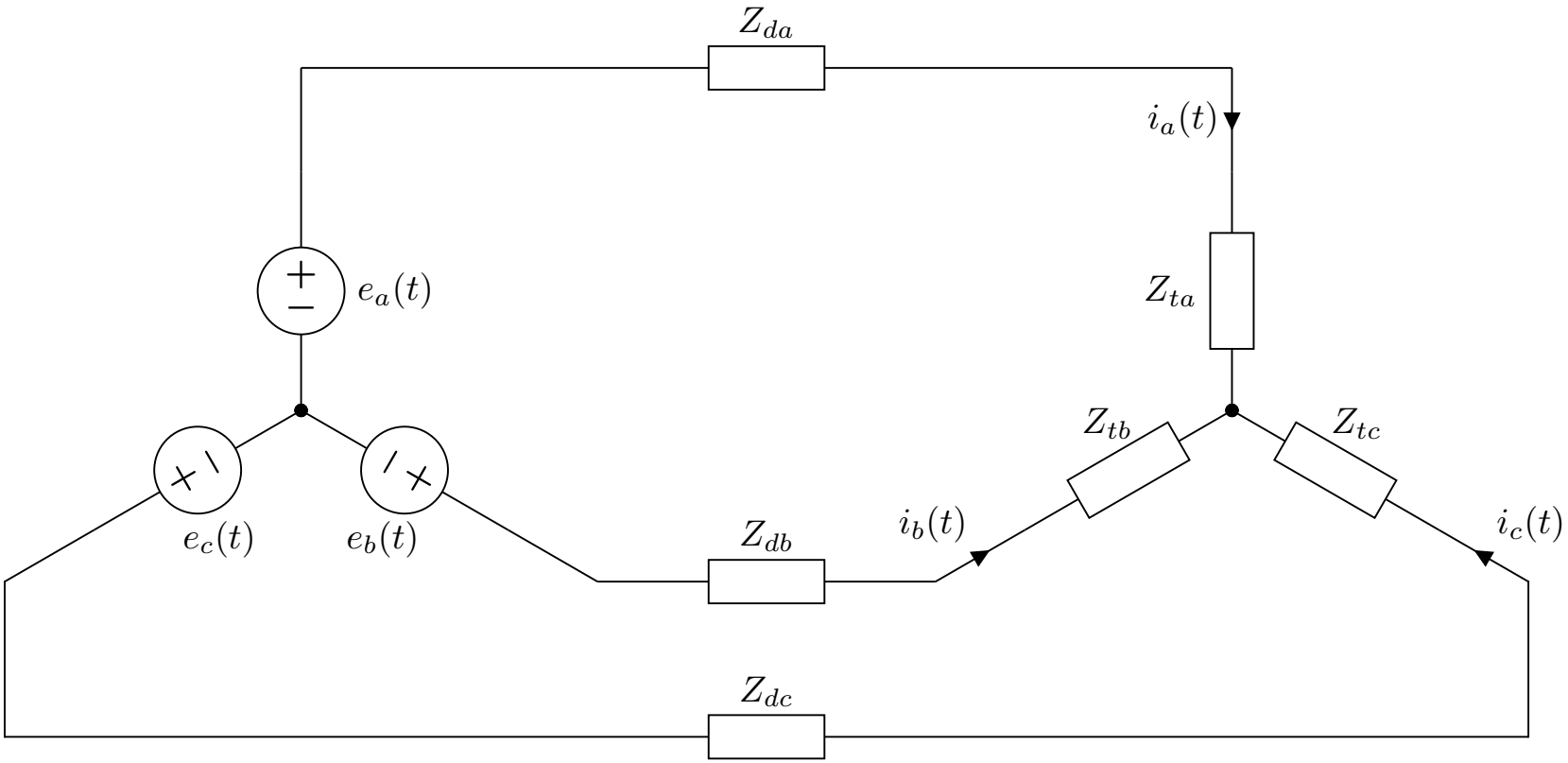
$$\Rightarrow \dot{E}_{a1} = \frac{1}{3}\left(\dot{E}_a + a^2 \cdot \dot{E}_b + a \cdot \dot{E}_c\right)$$

$$\dot{E}_{a2} = \frac{1}{3}\left(\dot{E}_a + a \cdot \dot{E}_b + a^2 \cdot \dot{E}_c\right)$$

Bài tập

BT 10.1

- Cho mạch ba pha cân bằng $\dot{E}_a = 200\underline{/0°}\,\text{V}$; $Z_{da} + Z_{ta} = 100\underline{/60°}\,\Omega$
- Tính tổng công suất tiêu thụ trung bình và tức thời trên tải



Bài tập

BT 10.1: Tính công suất trung bình

- Do mạch cân bằng, dòng điện mỗi pha:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{Z_{da} + Z_{ta}} = 2\angle -60^\circ \text{ A}$$

$\Rightarrow$ Công suất trung bình trên một pha

$$P_a = \dot{E}_a \cdot \dot{I}_a \cdot \cos\varphi = 200 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 200 \text{ W}$$

$\Rightarrow$ Tổng công suất trung bình trên tải là 600 W

Bài tập

BT 10.1: Tính công suất tức thời

- Xét hệ thống điện ba pha tần số 50 Hz

$\Rightarrow$ $e_a(t) = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ V

$i_a(t) = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - 60°)$ A

$\Rightarrow$ Công suất tức thời trên pha A

$$\begin{aligned} p_a(t) &= [200\sqrt{2}\sin(100\pi t) 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - 60°)] \\ &= 400[\cos(60°) - \cos(200\pi t - 60°)] \\ &= 200 - 400\cos(200\pi t - 60°)\ \text{W} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Tương tự, công suất tức thời trên pha B và C

$p_b(t) = 200 - 400\cos(200\pi t - 300°)$ W

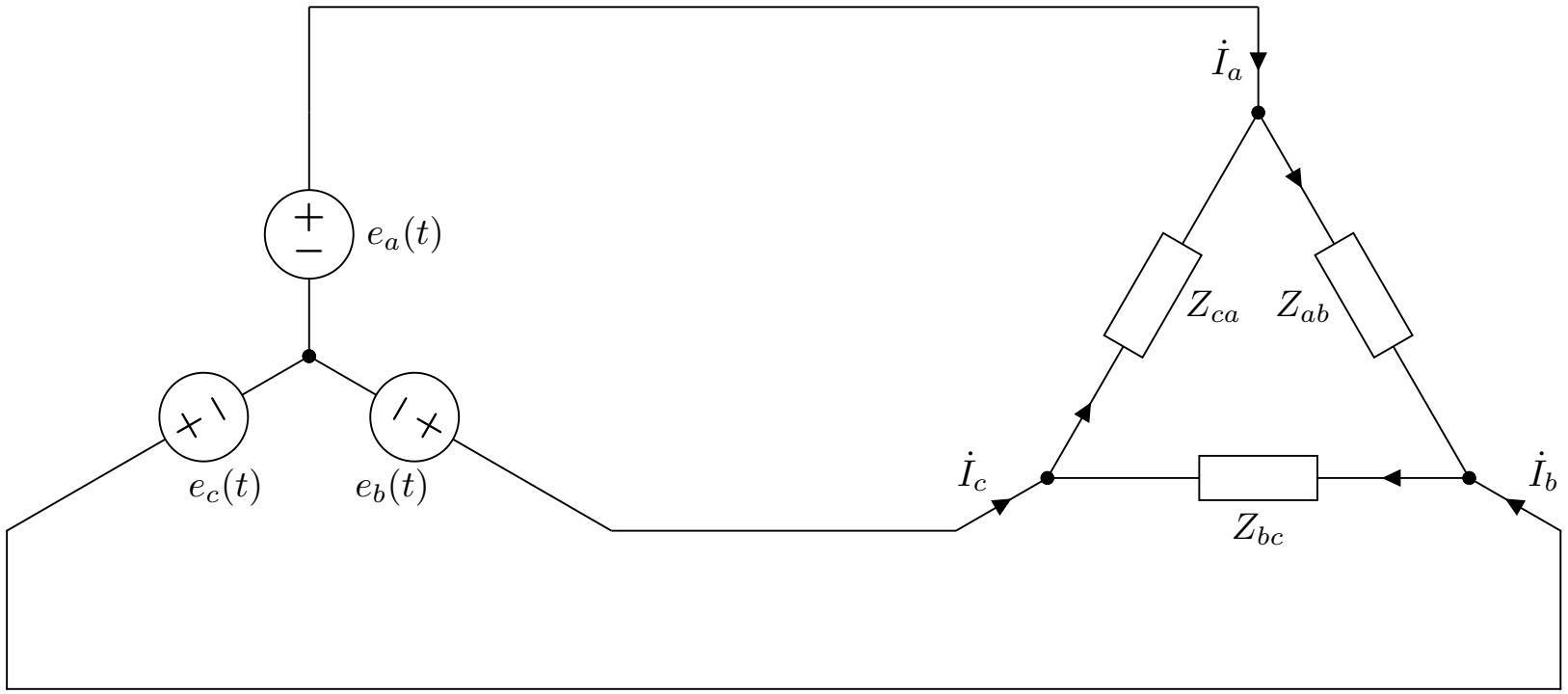
$p_c(t) = 200 - 400\cos(200\pi t - 180°)$ W

- Tổng công suất tức thời $p(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) = 600$ W

Bài tập

BT 10.2

- Cho mạch ba pha cân bằng $\dot{E}_a = 100\underline{/10°}\,\text{V}$; $Z_{ab} = 8 + j4\,\Omega$
- Tính các dòng điện pha và dây của tải



Bài tập

BT 10.2

- Điện áp dây: $\dot{U}_{\text{dây}} = \dot{U}_{\text{pha}}\sqrt{3}\underline{/30^\circ} = 100\sqrt{3}\underline{/40^\circ}\ \text{V}$
- Dòng điện pha của tải:
$$\dot{I}_{pt} = \frac{\dot{U}_{\text{dây}}}{Z_{ab}} = \frac{100\sqrt{3}\underline{/40^\circ}}{8+j4} = 19{,}3655\underline{/13{,}43^\circ}\ \text{A}$$
- Dòng điện dây của tải:
$\dot{I}_{dt} = \dot{I}_{pt}\sqrt{3}\underline{/-30^\circ} = 19{,}3655\sqrt{3}\underline{/13{,}43^\circ - 30^\circ} = 33{,}542\underline{/-16{,}57^\circ}\ \underline{/A}$
- Dùng tính chất đối xứng suy ra các dòng điện khác

Bài tập

BT 10.3

- Cho mạch ba pha nối Y–Y có bộ nguồn
  $\dot{E}_a = 220\underline{/10°}\,\text{V};\ \dot{E}_b = 210\underline{/-100°}\,\text{V};\ \dot{E}_c = 215\underline{/110°}\,\text{V}$
- và tải $Z_a = Z_b = Z_c = 10 + j5\,\Omega$
- Tính dòng điện mỗi pha

BT 10.4

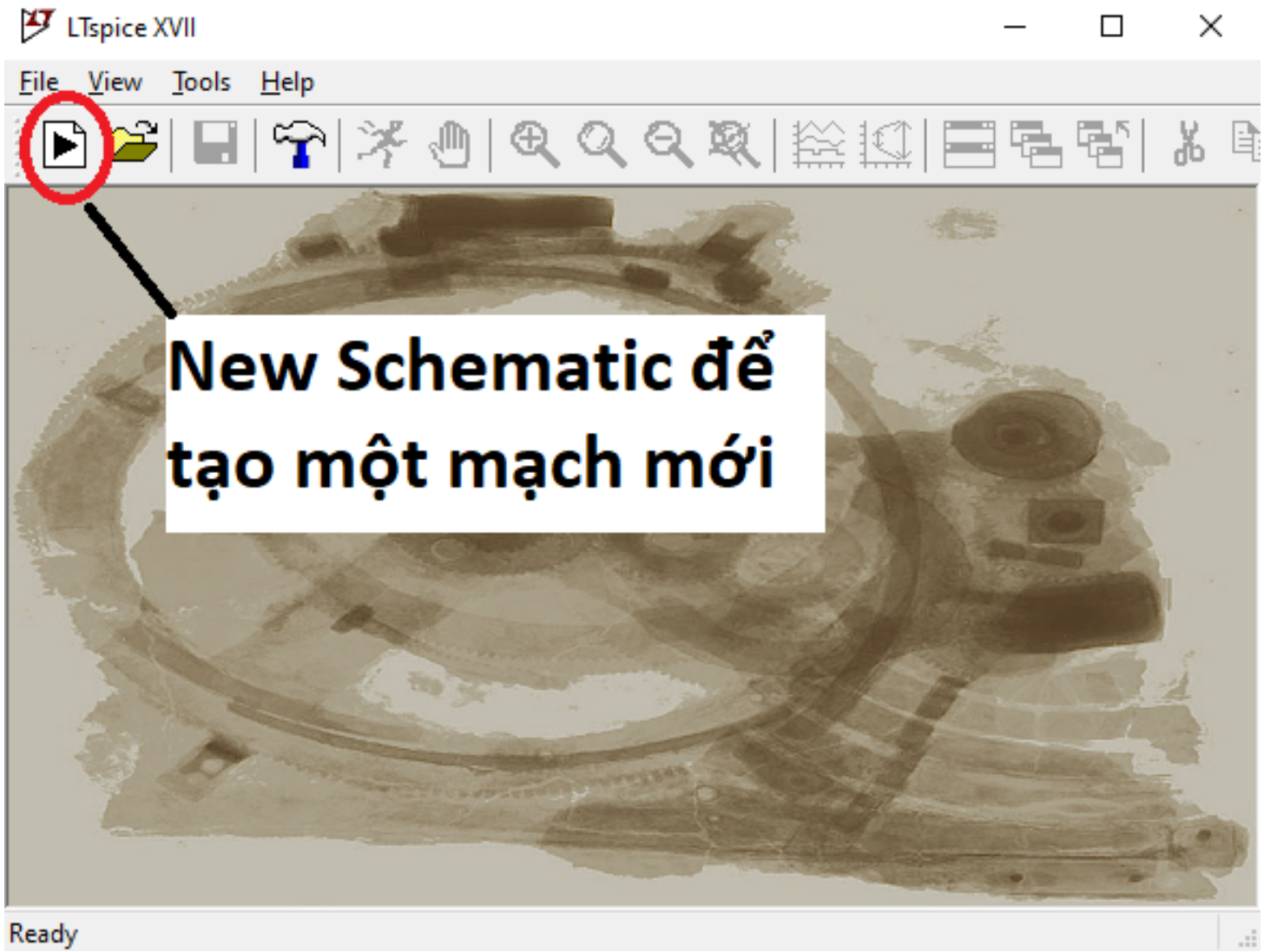
- Cho mạch ba pha nối Y–Y có bộ nguồn
  $\dot{E}_a = 220\underline{/10°}\,\text{V};\ \dot{E}_b = 210\underline{/-100°}\,\text{V};\ \dot{E}_c = 215\underline{/110°}\,\text{V}$
- và tải $Z_a = 10 + j5\,\Omega;\ Z_b = 12 + j4\,\Omega;\ Z_c = 15 + j6\,\Omega$
- Tính dòng điện mỗi pha

Phụ lục: Mô phỏng mạch điện bằng LTspice

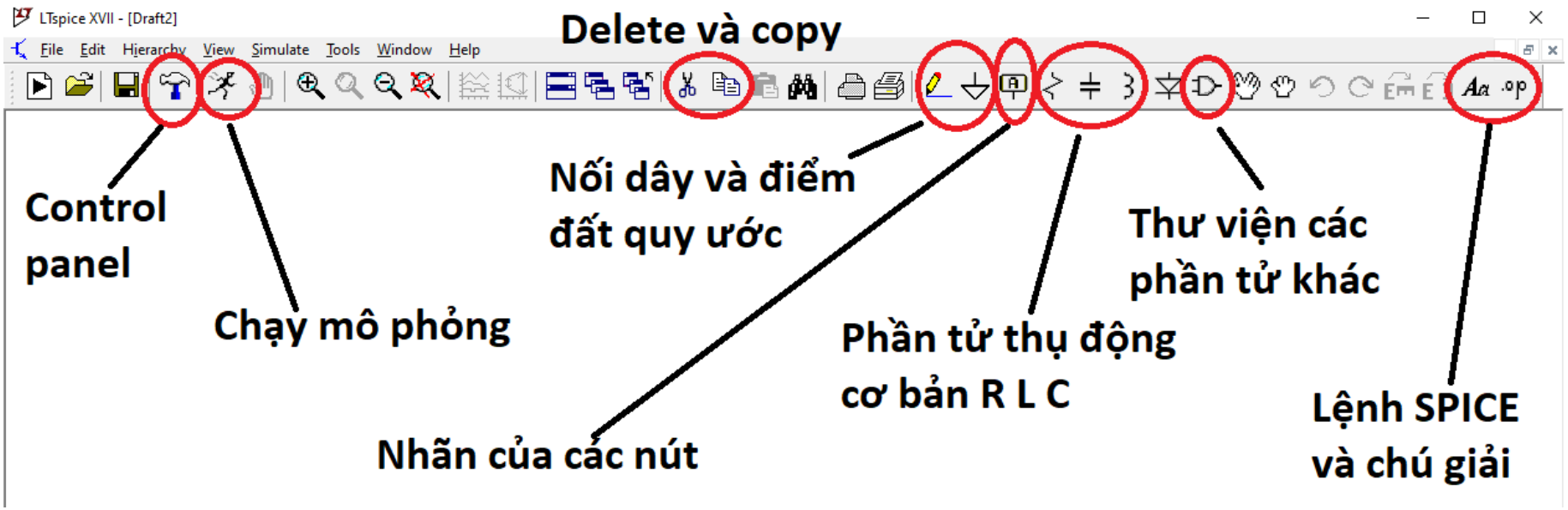
Giới thiệu về SPICE và LTspice

- SPICE là công cụ mô phỏng mạch điện – điện tử phổ biến trong học thuật và công nghiệp
- SPICE là viết tắt của **S**imulation **P**rogram with **I**ntegrated **C**ircuit **E**mphasis, được tạo ra ở ĐH California, Berkeley, Hoa Kỳ từ những năm 1970s
- SPICE vốn là một công cụ mô tả và tính toán giải mạch bằng các mã lệnh (netlist)
- Sau này có các phần mềm hỗ trợ tạo netlist vẽ mạch bằng giao diện đồ hoạ
- Phần mềm mô phỏng mạch dựa trên nền SPICE thương mại: OrCAD PSpice, PrimeSim HSPICE, v.v.
- Phần mềm mô phỏng mạch dựa trên nền SPICE miễn phí: LTspice, TINA, v.v.
- LTspice là một công cụ miễn phí của Linear Technology (nay thuộc Analog Devices) đủ mạnh để ta làm phần lớn các công việc học tập và nghiên cứu liên quan đến mạch

Giao diện khởi động của LTspice



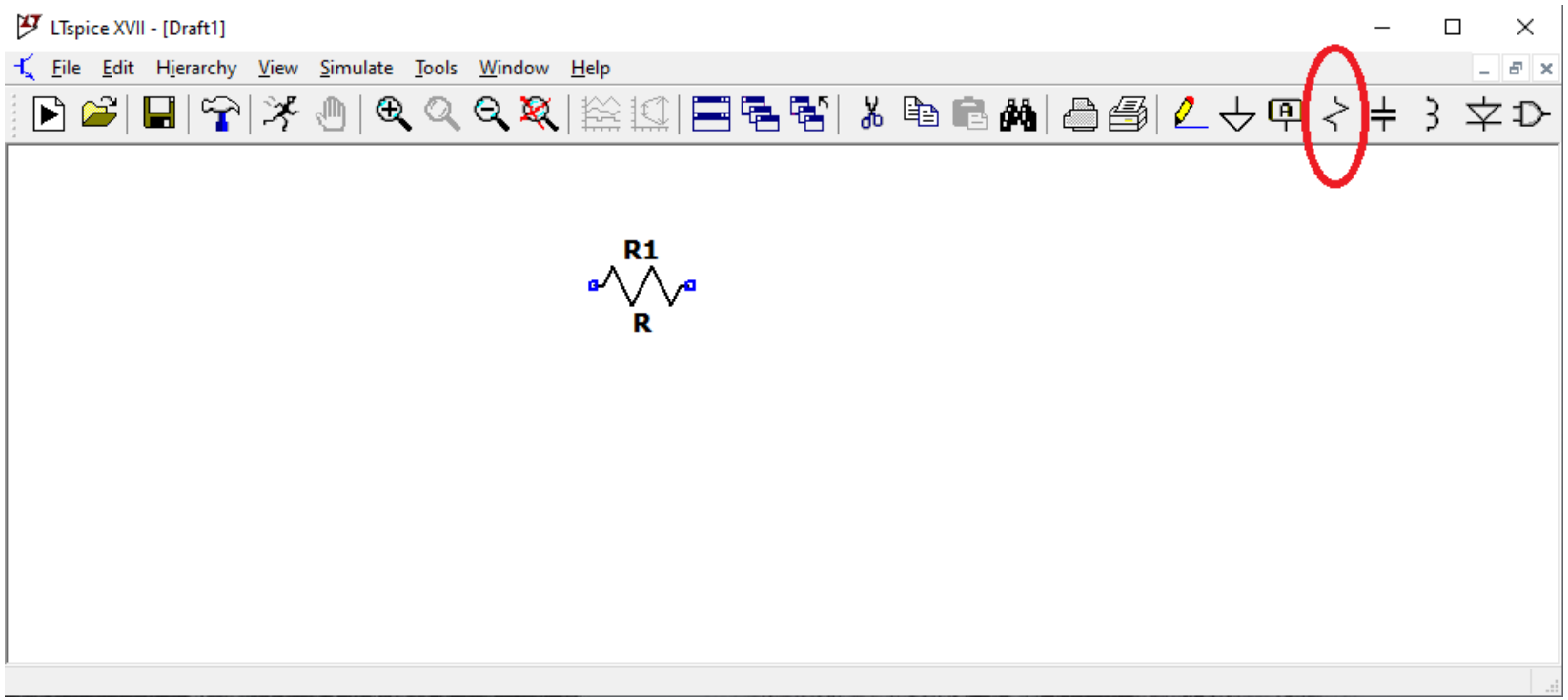
Thanh công cụ chính



Một số thao tác của LTspice

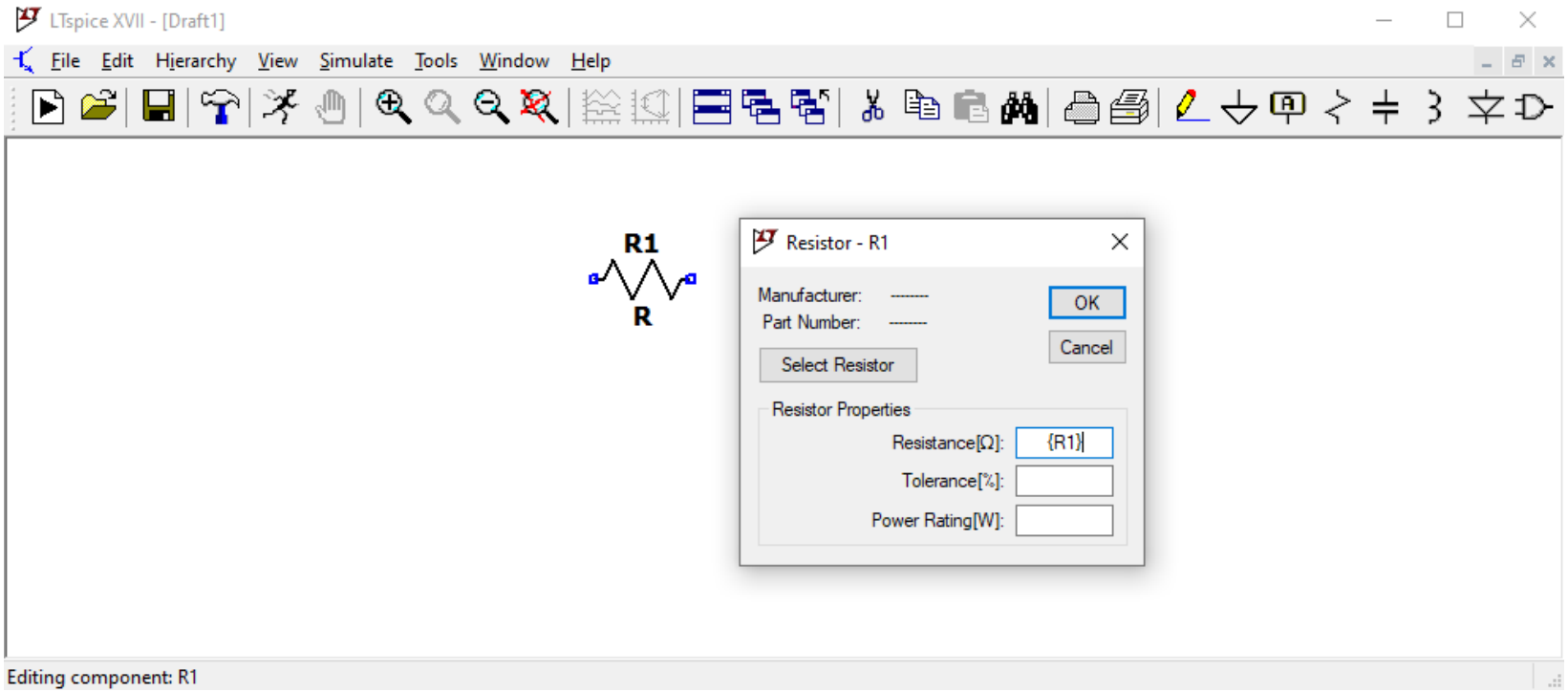
- Kết thúc thao tác: nhấn chuột phải
- Bắt đầu thao tác: chọn nút ký hiệu (ví dụ cái kéo là delete, bàn tay là move, v.v.) rồi chọn phần tử cần tác động. (LTspice không vận hành theo cách thông thường: chọn phần tử rồi chọn thao tác mà làm ngược lại)

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



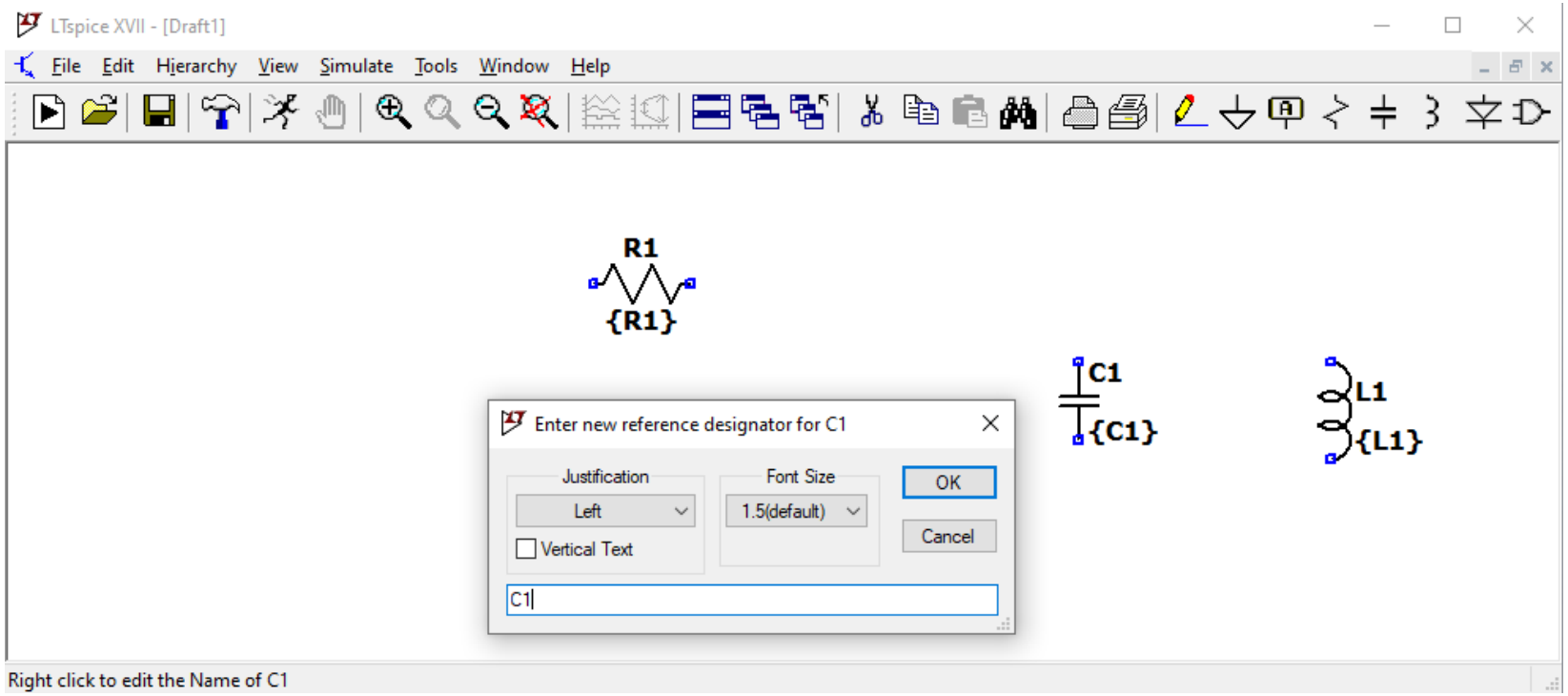
1. Nhấn nút lấy phần tử điện trở
2. Trong lúc chưa đặt phần tử vào vị trí, nhấn `Ctrl+R` để xoay ngang
3. Nhấn chuột trái để đặt phần tử vào vị trí
4. Nhấn chuột phải để thoát khỏi thao tác lấy điện trở

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



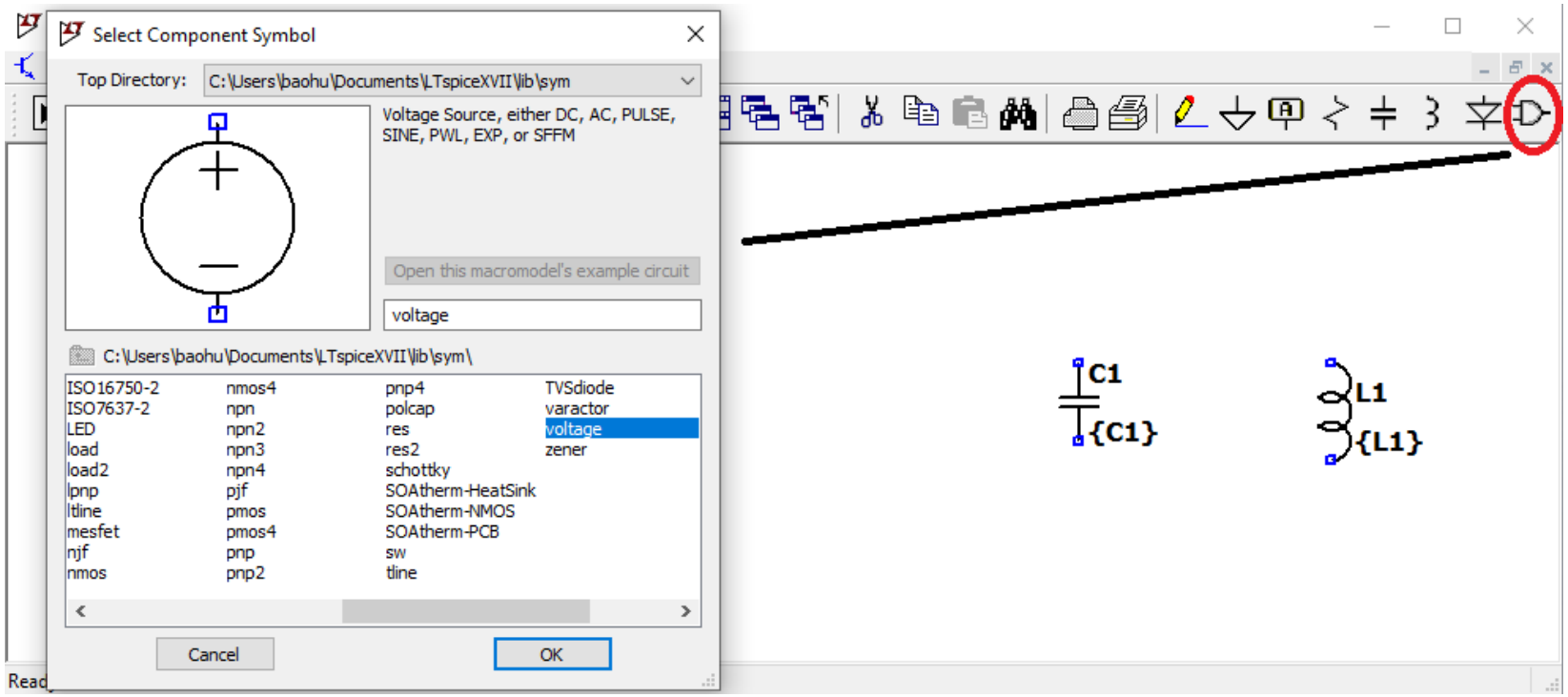
1. Chỉ chuột tới phần tử điện trở
2. Nhấn chuột phải để mở hộp thoại điền giá trị
3. Điền giá trị tham số điện trở là `{R1}` (chú ý dấu ngoặc kép)
   (Khuyến khích điền tham số rồi có lệnh khai báo giá trị của tham số thay vì điền trực tiếp giá trị của phần tử trên mạch)

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



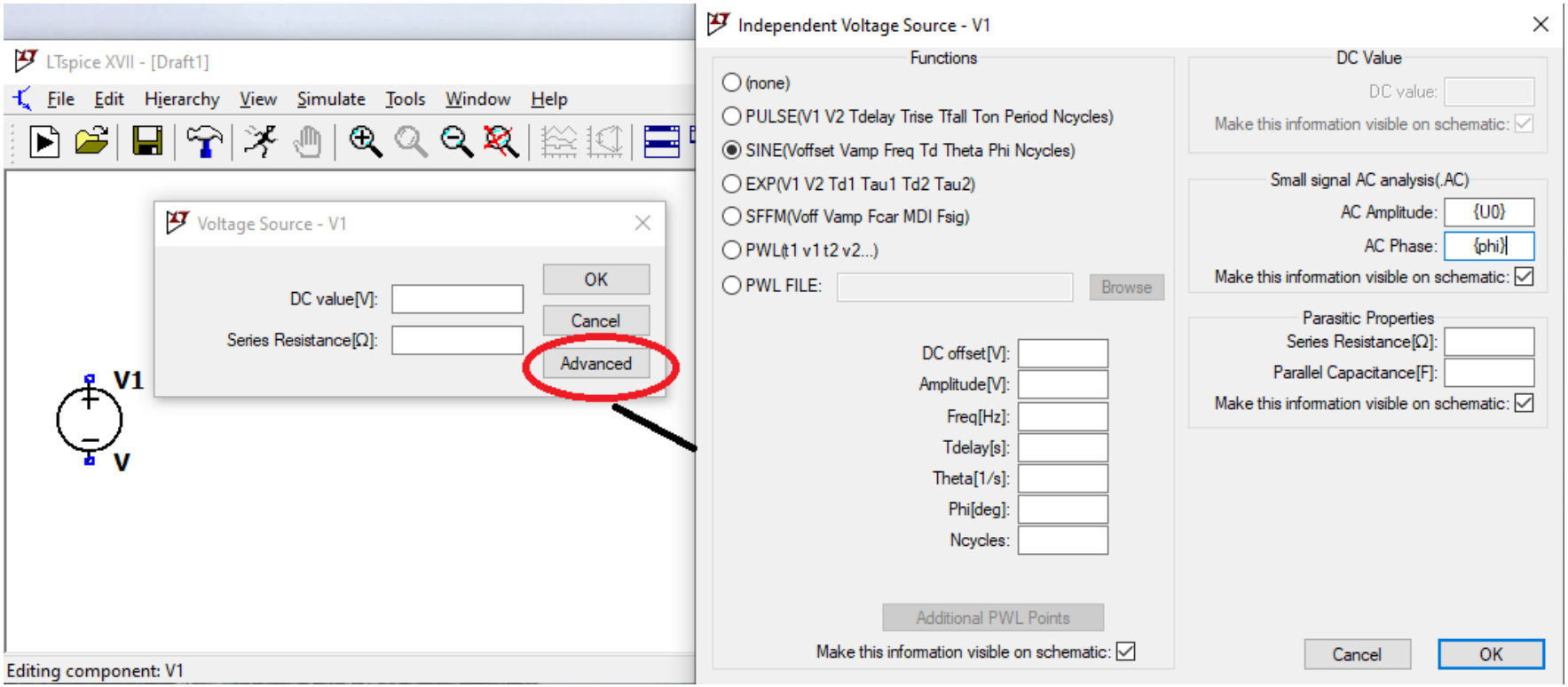
1. Tiếp tục lấy và điền tham số giá trị các phần tử L và C
2. Nếu muốn đổi tên và giá trị tham số các phần tử: đưa chuột đến vị trí chữ (text) tên hoặc giá trị phần tử rồi nhấn chuột phải

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



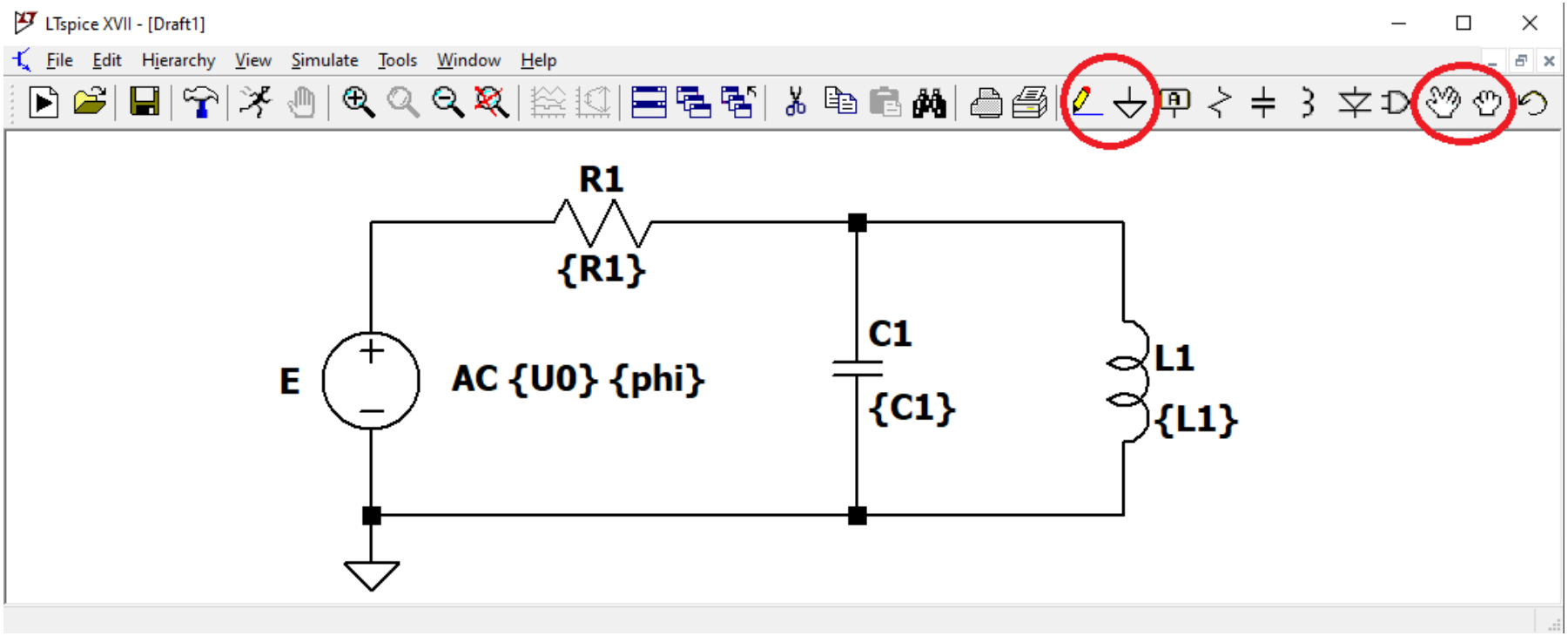
1. Nhấn nút thư viện phần tử để mở bộ thư viện các phần tử (rất phong phú) của LTspice
2. Chọn `voltage` để lấy phần tử nguồn áp

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



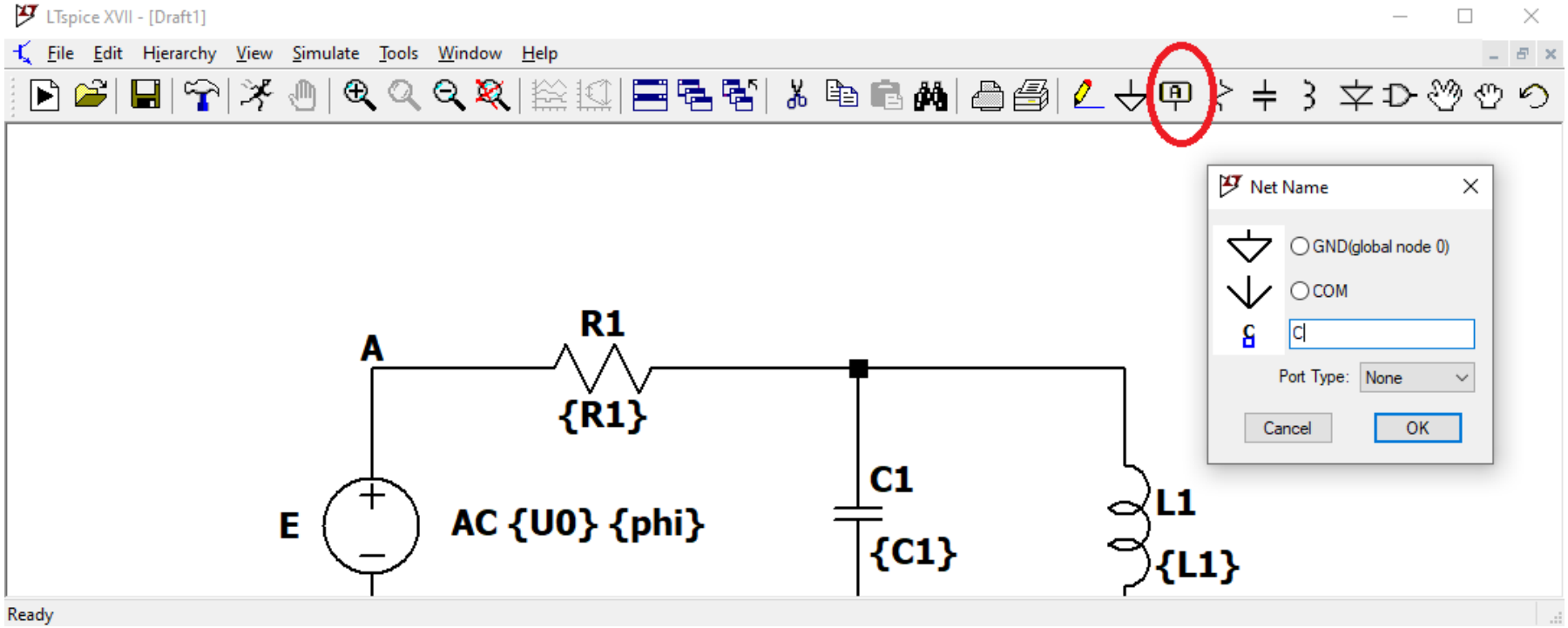
1. Nhấn chuột phải vào nguồn áp → mở ra hộp thoại mặc định nguồn một chiều
2. Nhấn nút `Advanced` mở ra hộp thoại nâng cao
3. Điền biên độ `{U0}` và góc pha `{phi}` ở **AC analysis**

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



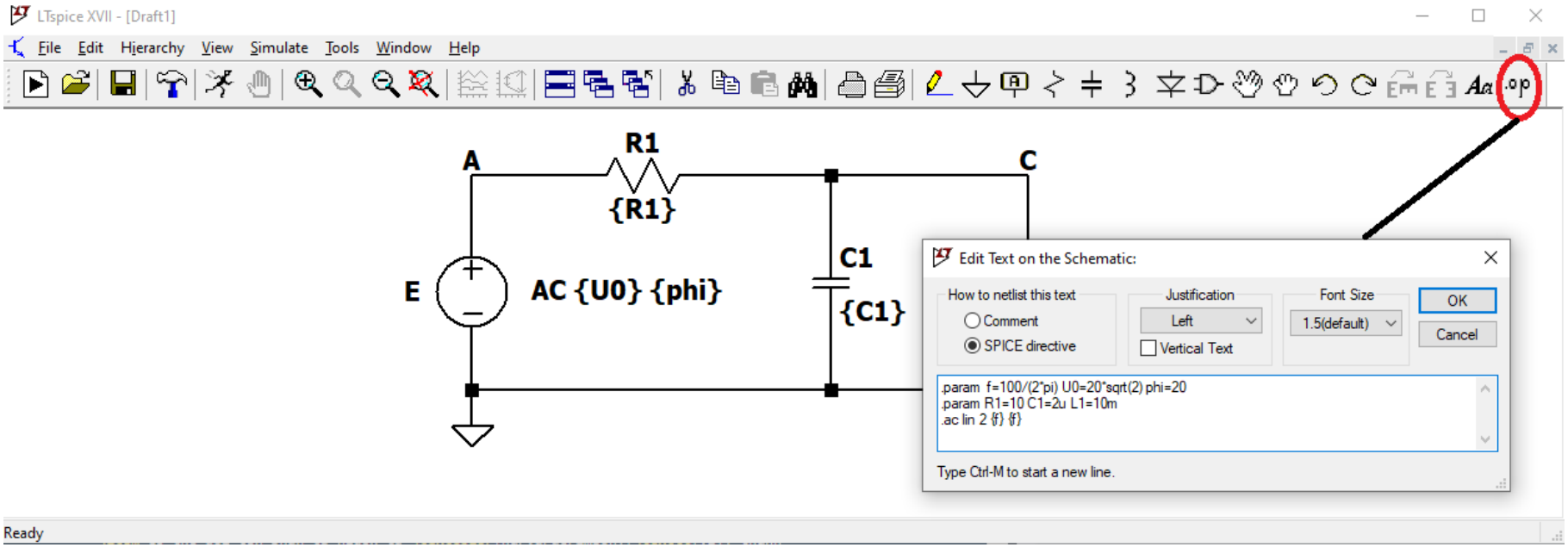
1. Dùng các thao tác `Move` hoặc `Drag` để sắp xếp các phần tử và chữ (Chú ý sự khác nhau giữa `Move` và `Drag` khi đã nối dây)
2. Lấy điểm đất quy ước và nối dây
3. Có thể đổi tên phần tử nguồn từ `V1` thành `E`

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



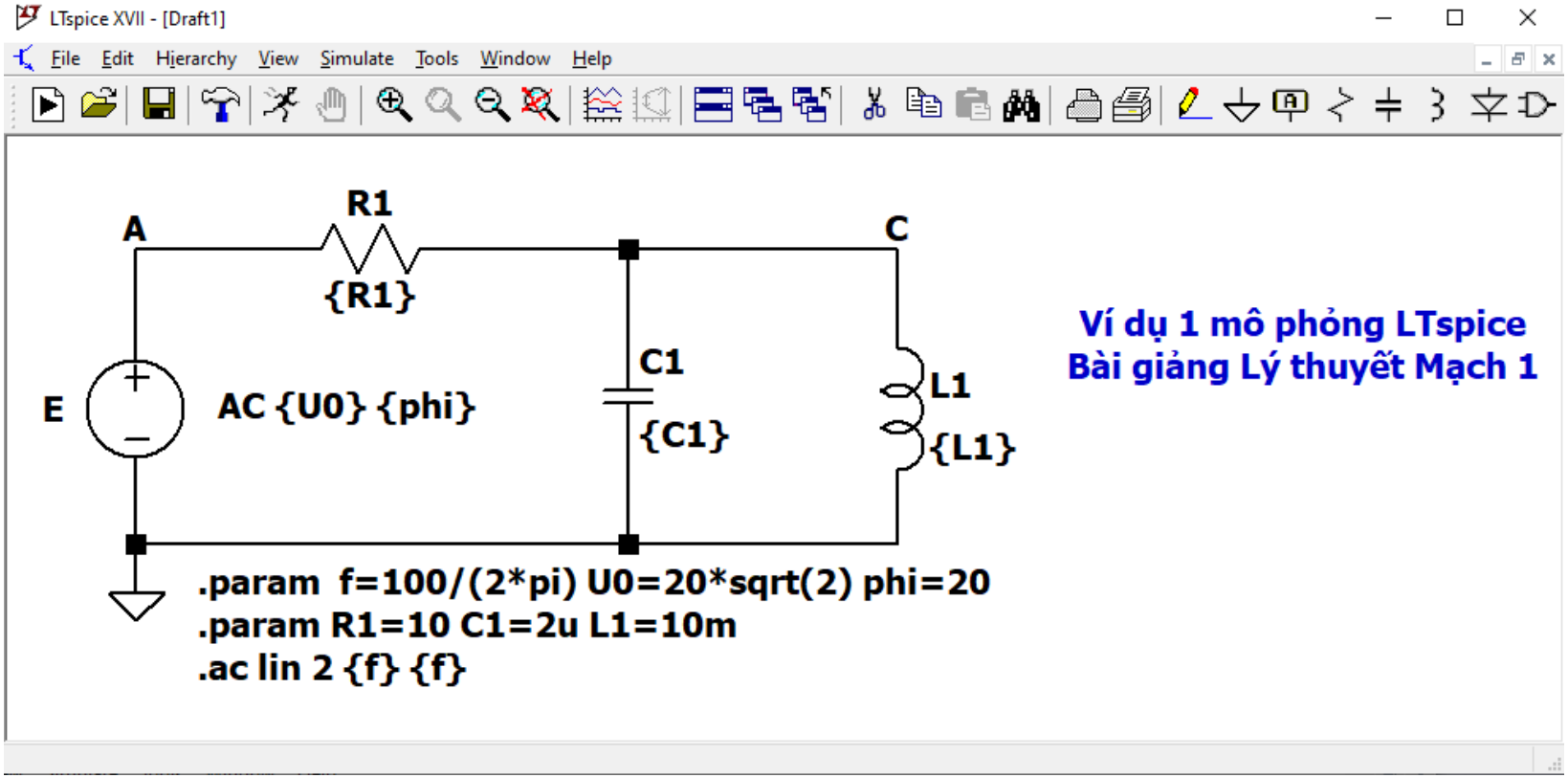
- Có thể dán nhãn (label) các nút cần tính điện thế so với điểm đất
- Ví dụ ở đây ta sẽ có kết quả điện thế nút A bằng nguồn áp E và điện thế nút C bằng điện áp trên tụ C1 và cuộn cảm L1

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



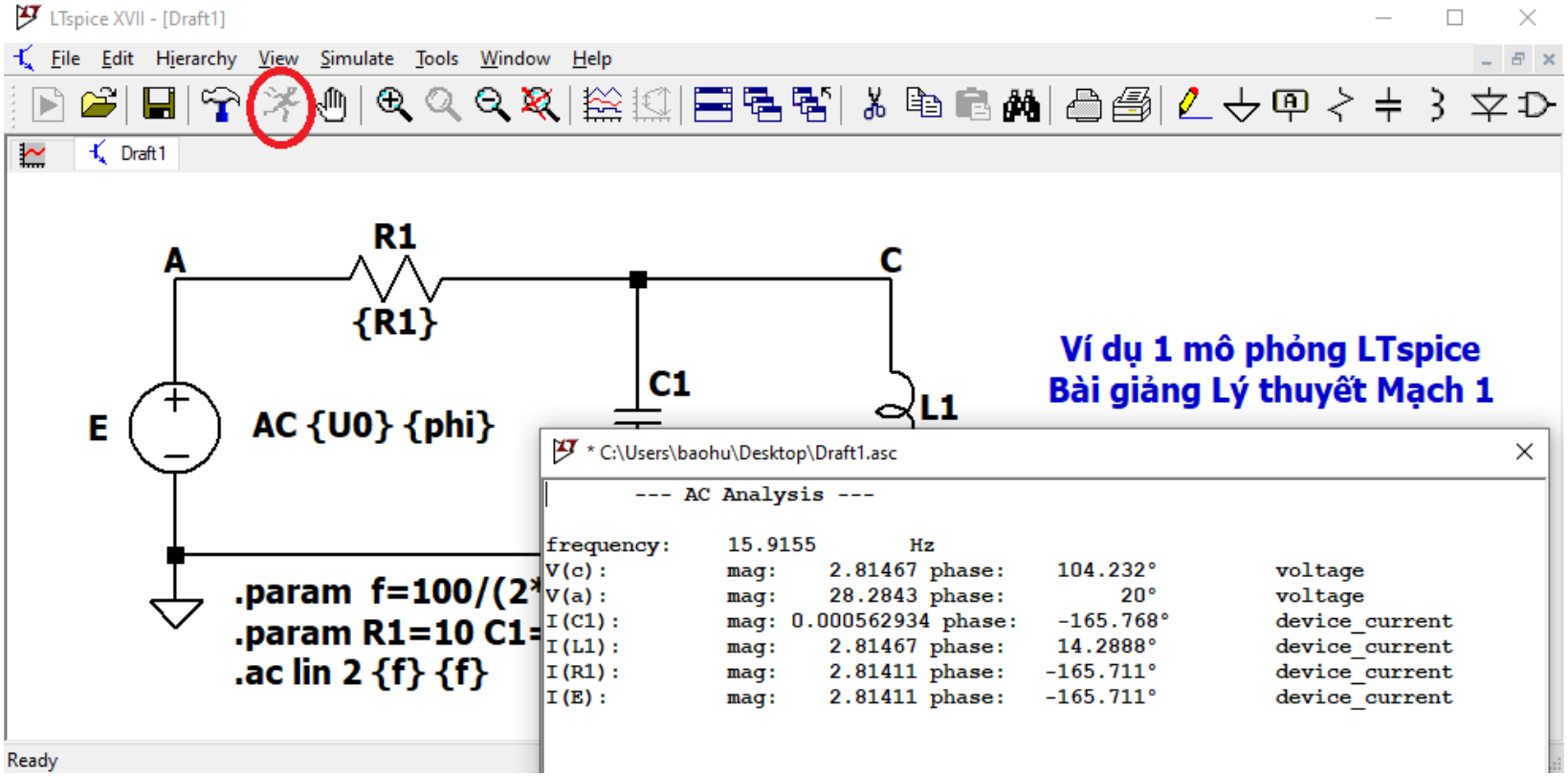
- Viết các lệnh khai báo giá trị tham số `.param` và lệnh mô phỏng mạch xoay chiều `.ac` bằng cách nhấn vào nút có ký hiệu **.op** để gọi hộp thoại viết lệnh.
- `SPICE directive` để viết lệnh, `Comment` để viết chú thích

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



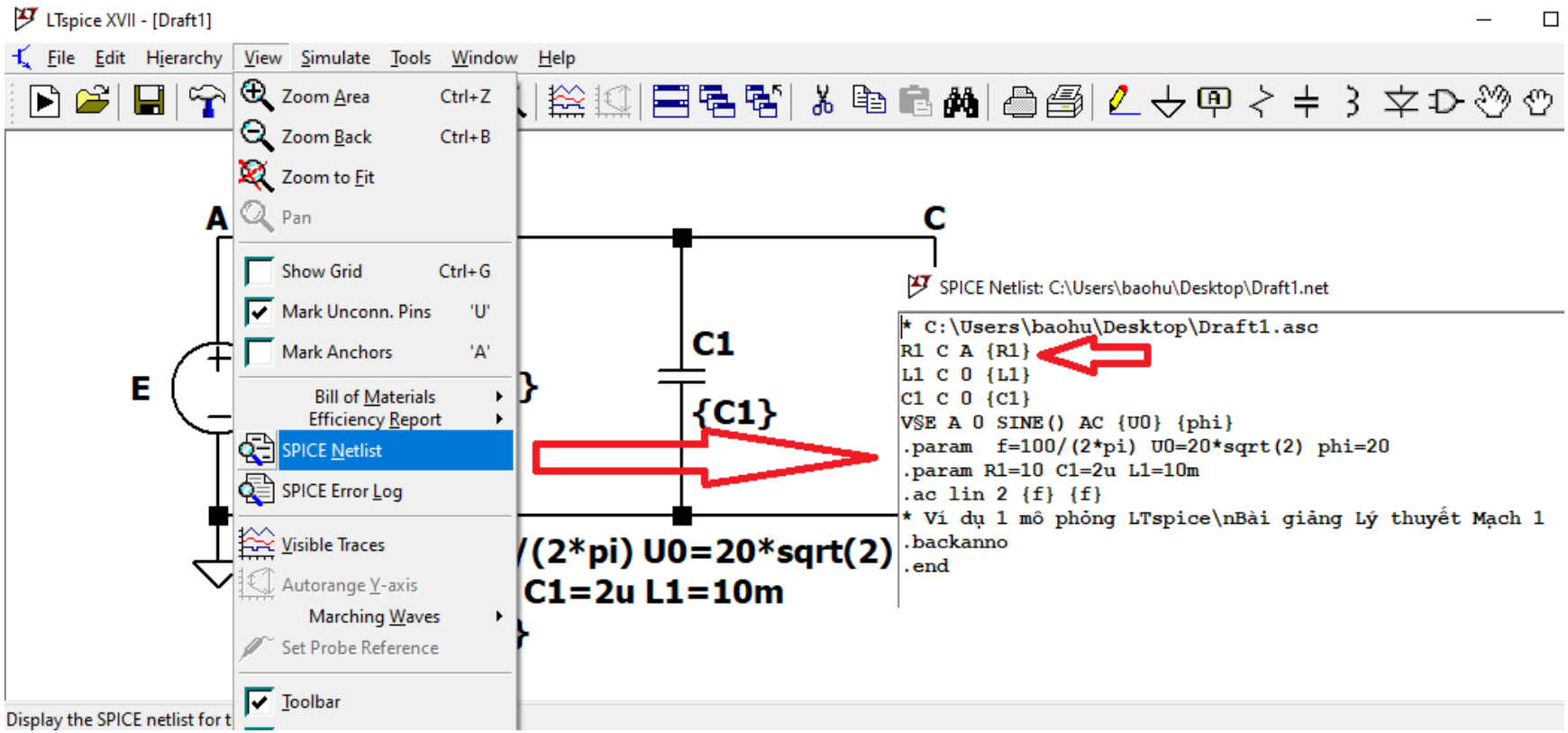
- Lệnh `.ac lin 2 {f} {f}` là giải mạch xoay chiều (AC) quét tần số tuyến tính (linear) với 2 bước tính
- Trong ví dụ này ta cần giải mạch có cùng tần số nên để 2 tần số cùng có giá trị là `f`

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



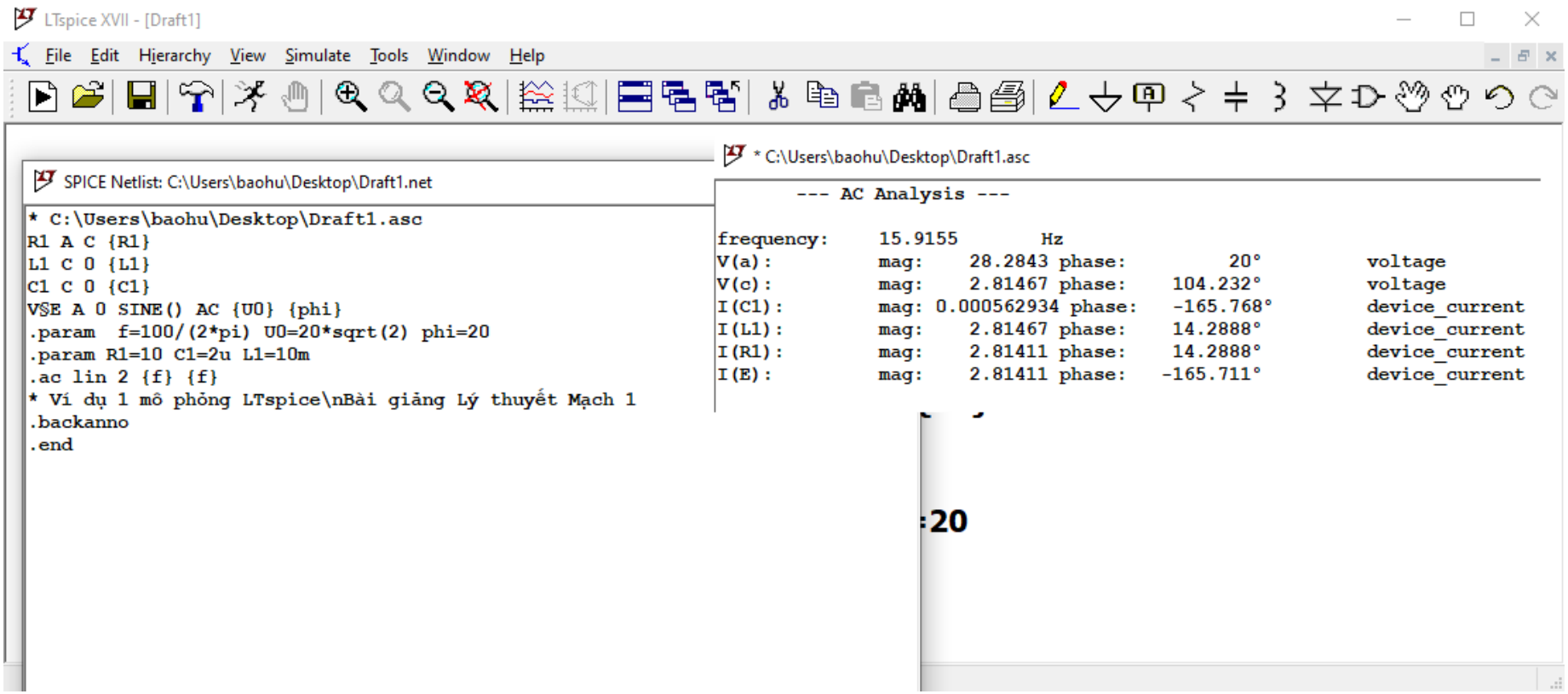
- Nhấn nút **Run** để chạy mô phỏng ra kết quả biên độ và góc pha
- Chú ý về chiều dòng điện qua các phần tử. Điều này đặc biệt quan trọng trong các mạch có nguồn phụ thuộc dòng điện (current controlled sources)

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



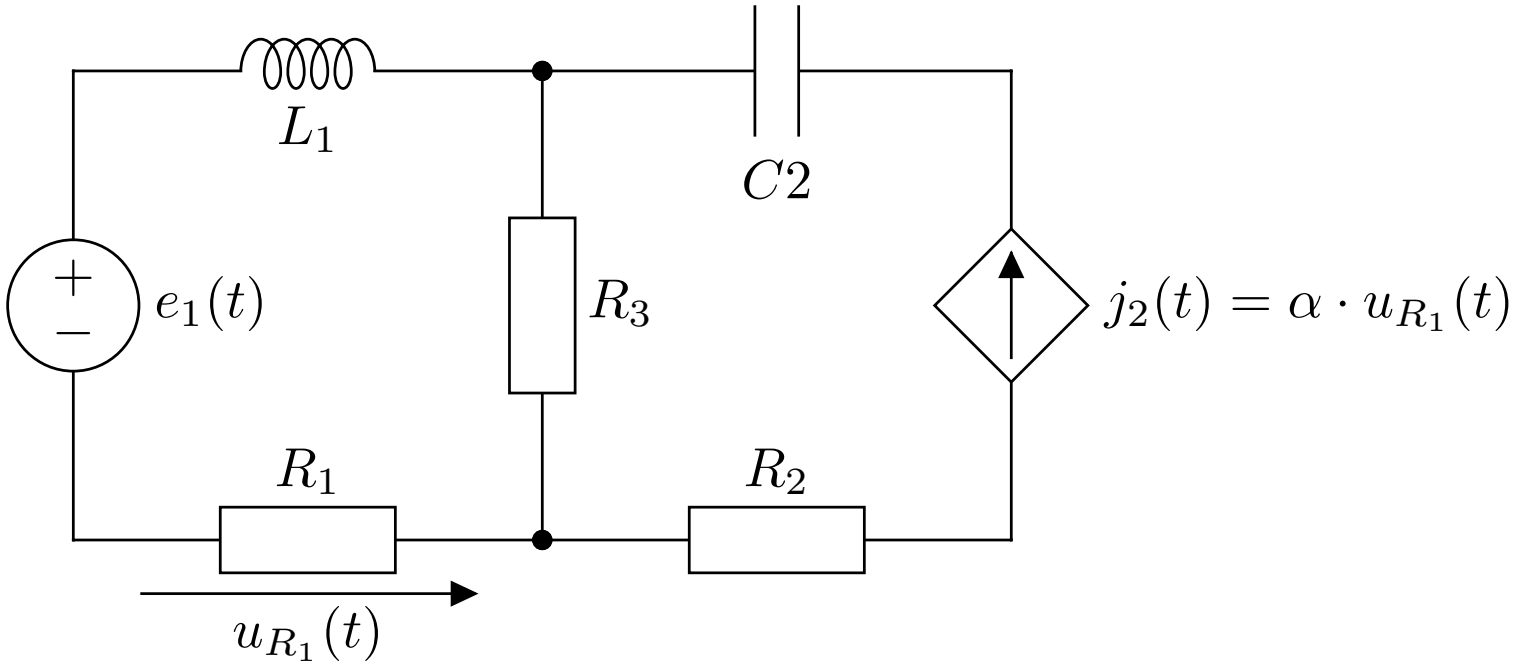
- **View** → **SPICE Netlist** để xem dạng mã lệnh SPICE của mạch
- Netlist cho biết điện trở R1 được nối từ C đến A → chiều của dòng $\dot{I}_{CA}$ là chiều dương quy ước
- Kết quả mô phỏng dòng $\dot{I}_{R1}$ ngược pha dòng dương quy ước $\dot{I}_{CA}$

Ví dụ 1: Khởi động với LTspice



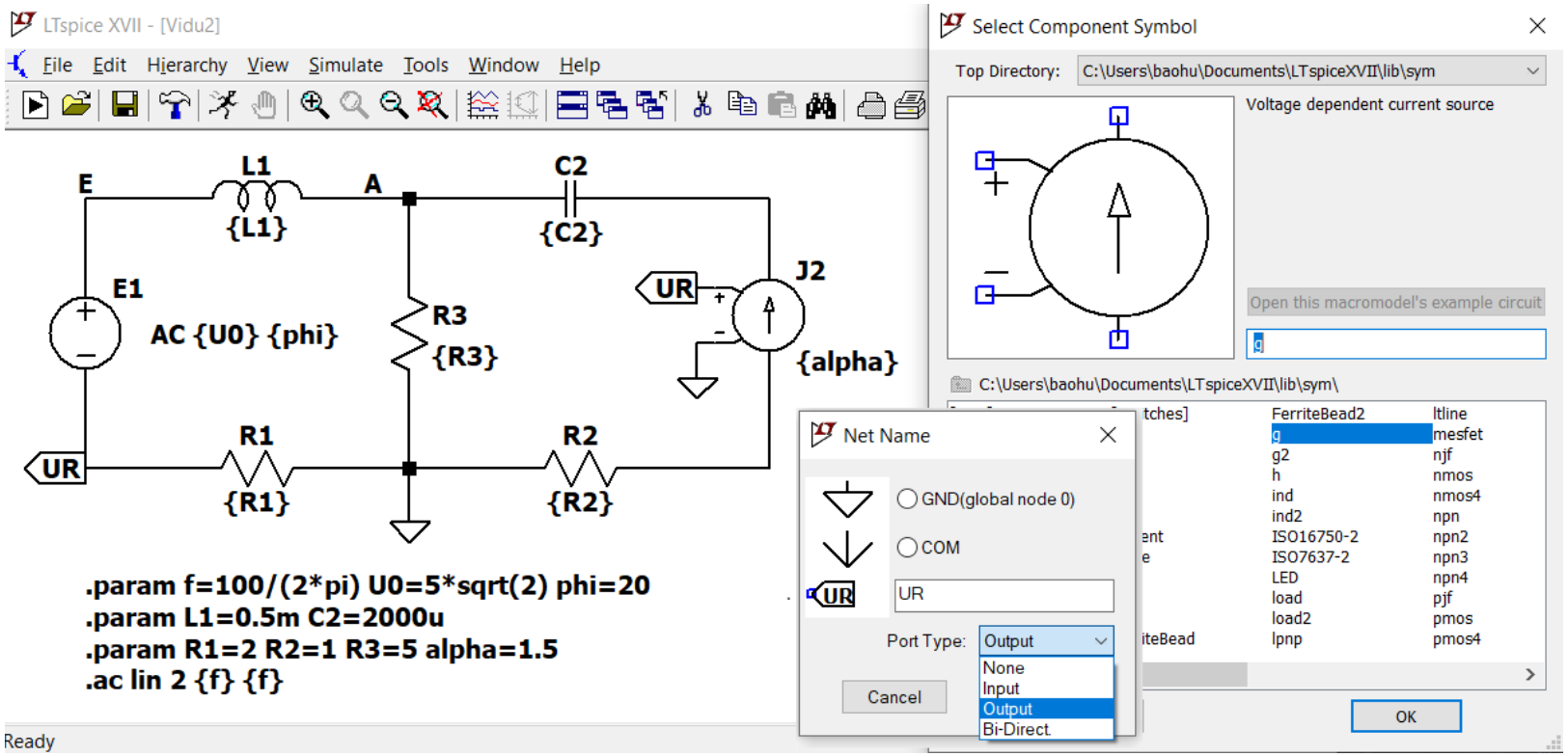
- Nếu cần quy ước chiều dương của dòng $\dot{I}_{R1}$ là chiều A $\rightarrow$ C, ta dùng công cụ `Move` kéo R1 ra khỏi dây nối rồi nhấn `Ctrl+R` để đảo chiều R1
- Kiểm tra lại Netlist và kết quả

Ví dụ 2: Nguồn phụ thuộc điện áp



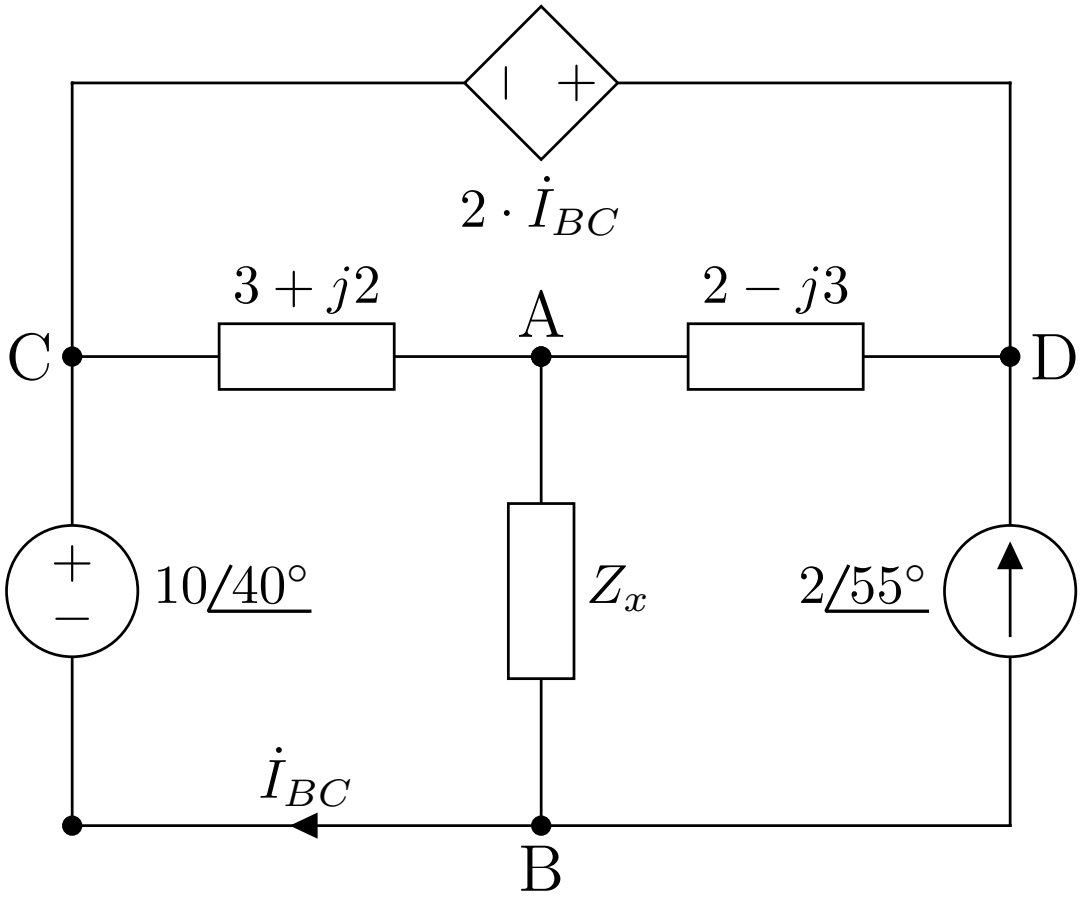
- $e_1(t) = 5\sqrt{2}\sin(100t + 20°)$ V; $L_1 = 0{,}5$ mH; $C_2 = 2000\,\mu$F;
- $R_1 = 2\,\Omega$; $R_2 = 1\,\Omega$; $R_3 = 5\,\Omega$; $\alpha = 1{,}5$.

Ví dụ 2: Nguồn phụ thuộc điện áp



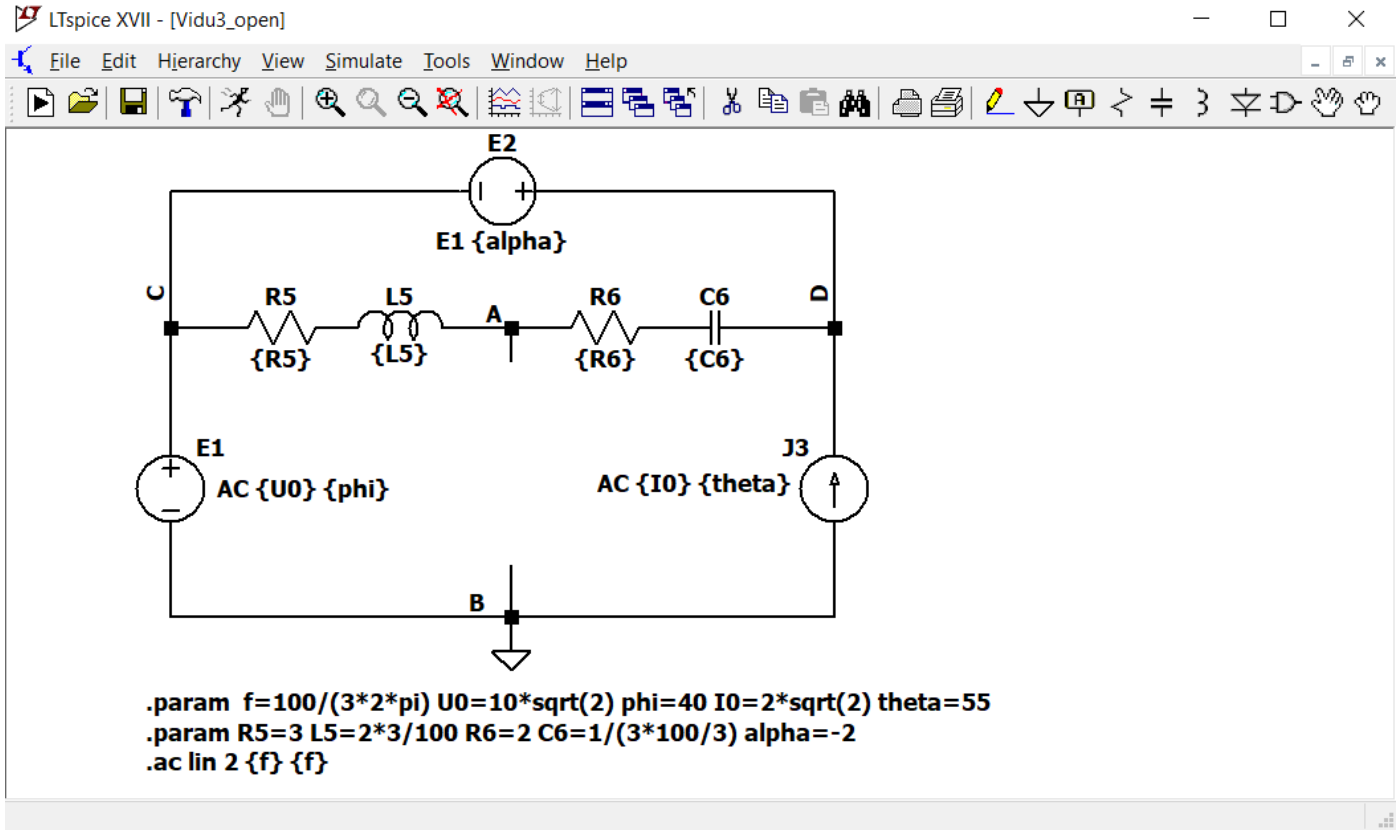
- Nguồn dòng phụ thuộc áp (VCCS) là phần tử `g` (VCVS là `e`)
- Nhãn điện thế nút `UR` loại `output` và `input` tương ứng
- So sánh với kết quả tính thủ công (chú ý: LTspice tính biên độ, môn Lý thuyết Mạch tính giá trị hiệu dụng)

Ví dụ 3: Nguồn phụ thuộc dòng điện



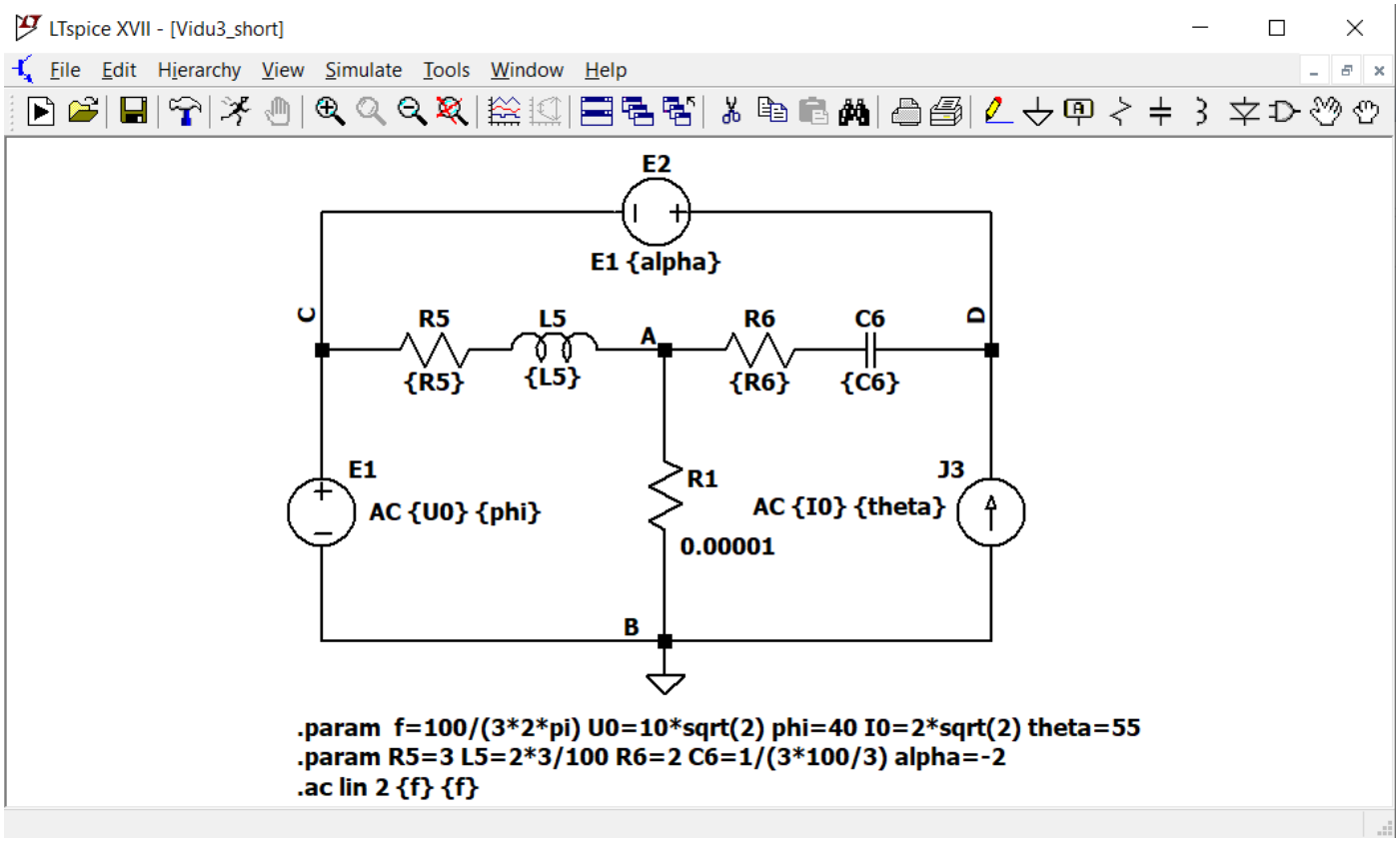
- Tìm Z_x để công suất truyền đến trở kháng này là lớn nhất

Ví dụ 3: Nguồn phụ thuộc dòng điện



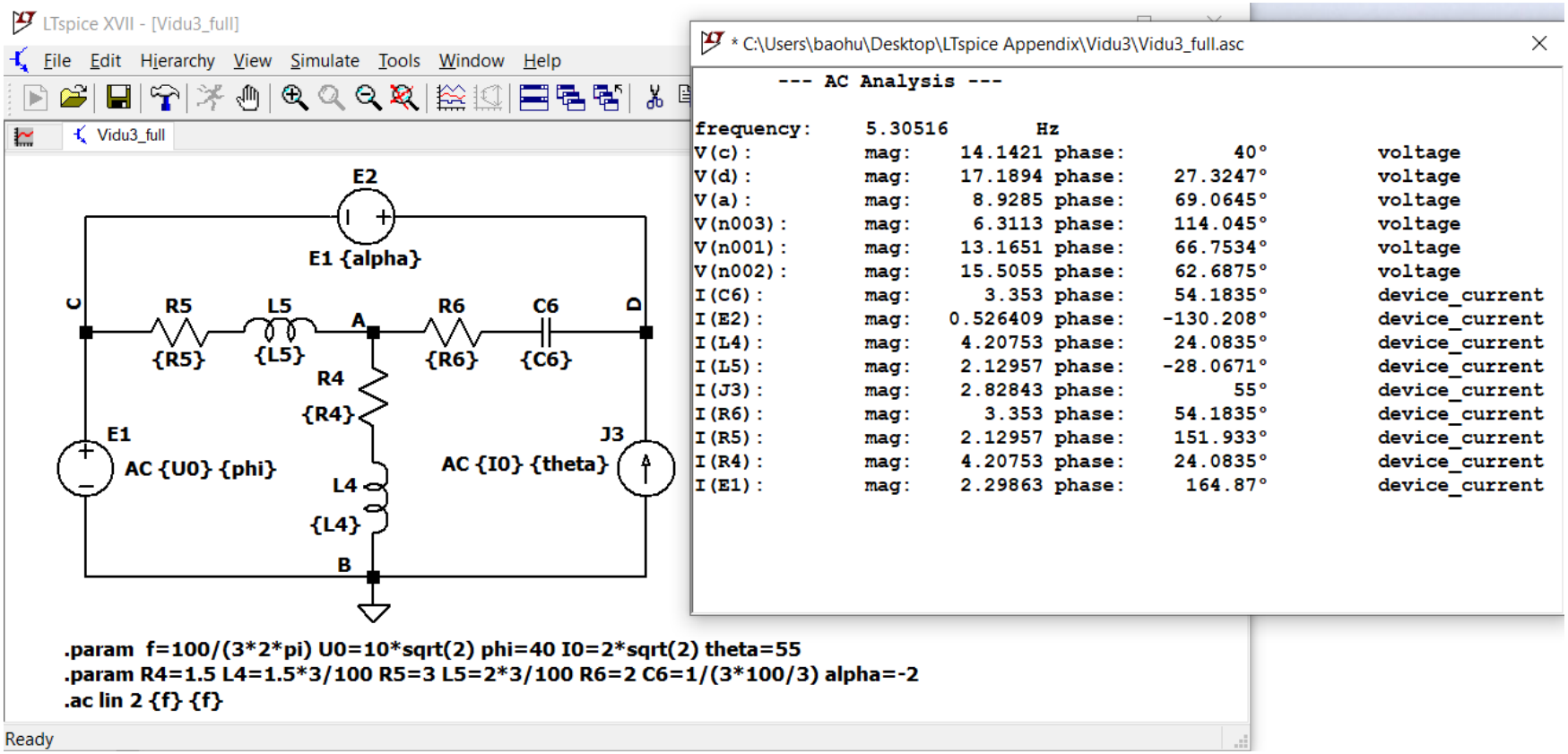
- Tính điện áp hở mạch $\dot{U}_{\text{hở}} = \dot{U}_{AB}$. Giả định một tần số ω bất kỳ.
- Nguồn áp phụ thuộc dòng (CCVS) là phần tử `h` (CCCS là `f`)
- Nguồn phụ thuộc dòng cần khai báo phụ thuộc dòng điện trên phần tử nào (ví dụ này là E1). Chú ý dấu của alpha với chiều $\dot{I}_{BC}$.

Ví dụ 3: Nguồn phụ thuộc dòng điện



- Tính dòng điện ngắn mạch $\dot{I}_{\text{ngắn}} = \dot{I}_{AB}$
- LTspice xác định dòng điện qua các phần tử $\rightarrow$ dùng một điện trở giá trị rất nhỏ để xấp xỉ dây dẫn.

Ví dụ 3: Nguồn phụ thuộc dòng điện



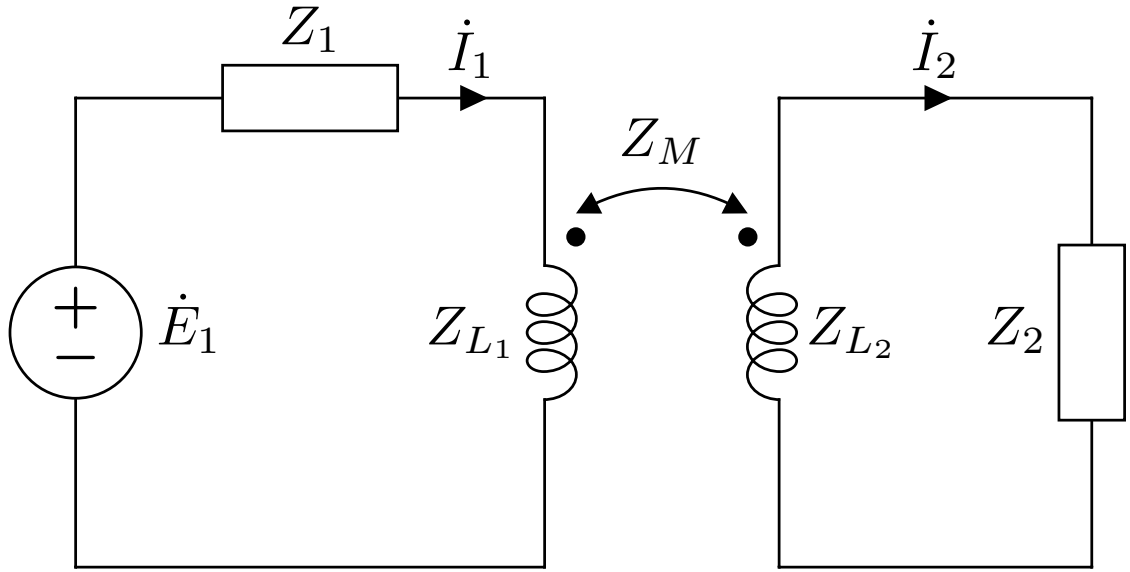
- Tính Z_{Th} và trở kháng tải hoà hợp tương ứng
- Kiểm tra lại kết quả với giá trị tải vừa tìm được
- Nhận xét nhược điểm: nguồn phụ thuộc dòng của LTspice có hình thức dễ nhầm với nguồn độc lập

Ví dụ 4: Mạch có hỗ cảm

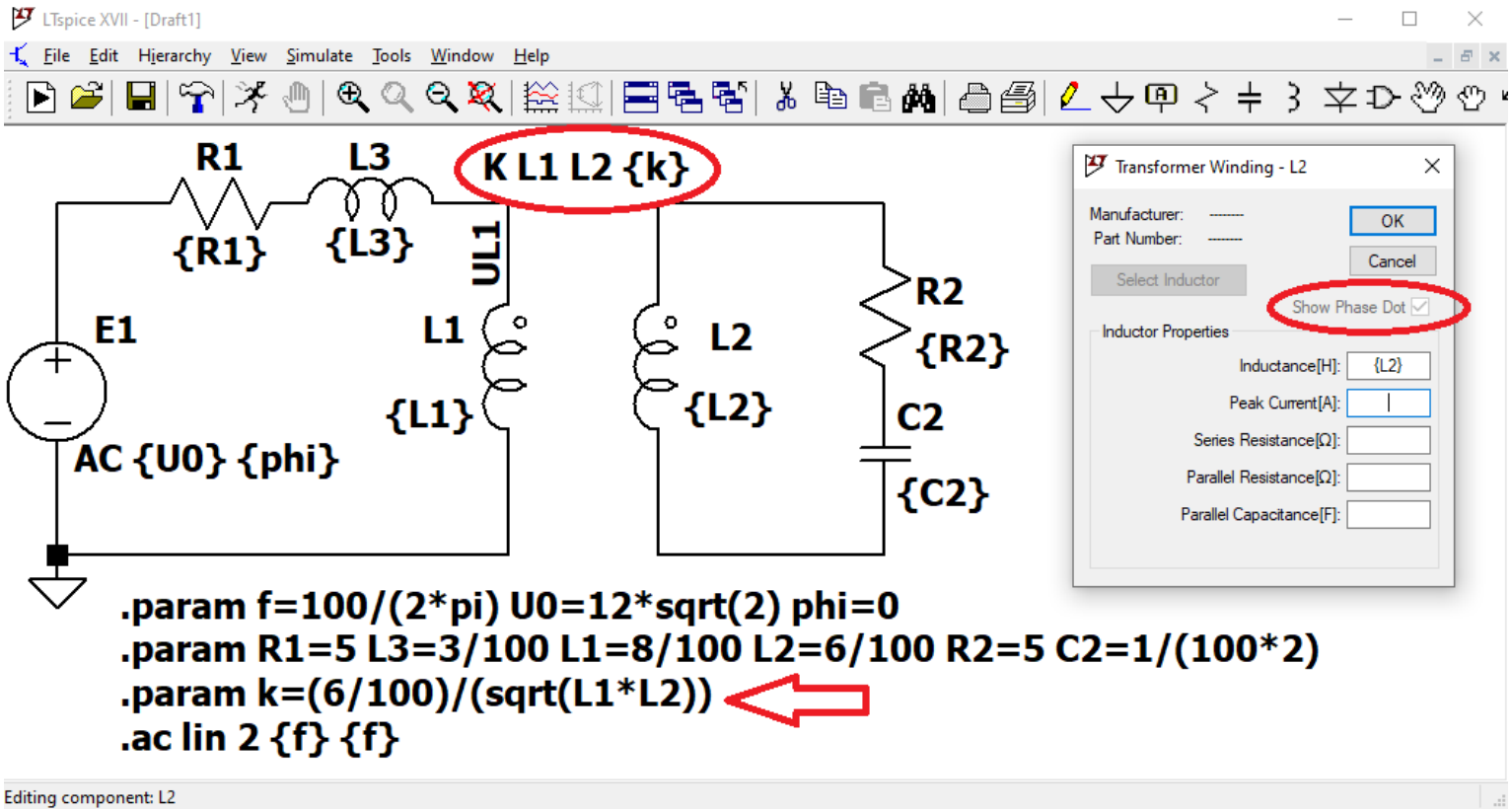
Mô phỏng mạch ở Ví dụ 7.1

Cho mạch điện máy biến áp. Tính dòng và áp trên các cuộn dây.

$\dot{E}_1 = 12\angle 0°$ V;
$Z_1 = 5 + j3$ (Ω);
$Z_{L_1} = j8$ (Ω);
$Z_{L_2} = j6$ (Ω);
$Z_M = j6$ (Ω);
$Z_2 = 5 - j2$ (Ω)



Ví dụ 4: Mạch có hỗ cảm



- Chọn hiện dấu cực tính của cuộn dây
- Hỗ cảm được xác định giữa các cuộn dây bằng lệnh `K L1 L2 {k}`
- Hệ số hỗ cảm $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$